

Лабораторная работа №3

Тема: «Отображение и выравнивание распределения признака в выборках с помощью графических и аналитических методов¹»

Цель работы – с помощью стандартных функций и встроенных инструментов редактора электронных таблиц Microsoft Excel научиться выполнять биометрический анализ, графическое и аналитическое выравнивания показателей распределения признаков в выборках для экологических задач охраны окружающей среды.

**Общие сведения и понятия
о распределениях признака**

Разнообразие объектов составляющих группу это основное свойство всякой совокупности. В малочисленных группах трудно определить какую-либо закономерность в разнообразии дат. По мере увеличения численности изучаемых групп все больше проявляются закономерности в разнообразии, которые скрыты (незаметны) в малочисленных группах.

Если имеется многочисленная группа особей, то различные значения признака встречаются в этой группе разное число раз. Это явление называется **распределением признака**.

При изучении многих совокупностей по различным признакам определяется несколько типов распределения признака в группе. В биометрических исследованиях наибольшее значение имеют:

- нормальное распределение;
- биномиальное распределение;
- распределение редких событий (Пуассона).

Изобразить распределение признака можно следующими основными способами:

- 1) вариационным рядом;
- 2) гистограммой;
- 3) вариационной кривой;
- 4) кумулятой.

Вариационный ряд – это упорядоченное отражение реально существующего распределения значений признака, по отдельным особям изучен-

¹ Лабораторная работа может быть выполнена как с помощью электронных таблиц Microsoft Excel, так и Open или Star Office.

ной группы. Вариационный ряд представляет собой двойной ряд чисел, состоящий из обозначений классов и соответствующих им частот.

Вариационный ряд позволяет без конкретных вычислений определить величину среднего уровня признака и разнообразия.

Составление вариационного ряда.

При составлении вариационного ряда все величины признака разбиваются на равные интервалы–классы. Предварительно необходимо установить число классов, их величину, границы, середины и частоты.

Число классов. Весь размах значений признака от минимума до максимума разделяется обычно на 5–12 равных интервалов. При точных исследованиях устанавливается число классов:

$$R = 1 + 3,3 \cdot \lg(n)$$

с последующим округлением до ближайшего целого вверх.

Величина классов или величина классового промежутка равна размаху значений от минимума до максимума, деленному на принятое число классов. Обычно величина классов устанавливается по формуле:

$$K = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{1 + 3,3 \cdot \lg(n)}$$

где V_{\max} – максимальное значение, V_{\min} – минимальное значение.

Полученное дробное число при делении округляют до ближайшего целого числа. Например, если получено 43,4, то за величину классового промежутка K нужно взять 45.

Границы классов. Конец каждого класса должен быть меньше начала следующего на величину, равную принятой точности измерения (ξ).

$$W_{e(1)} = V_{\max} + 0,5 \cdot K - \xi$$

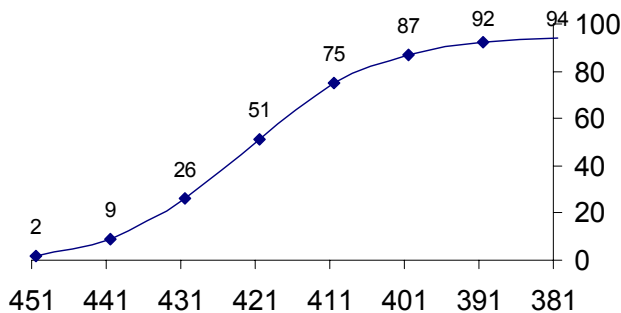
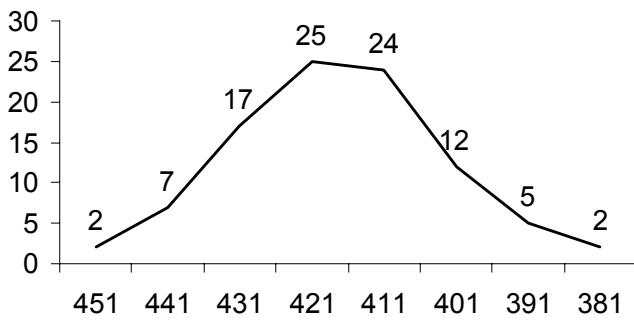
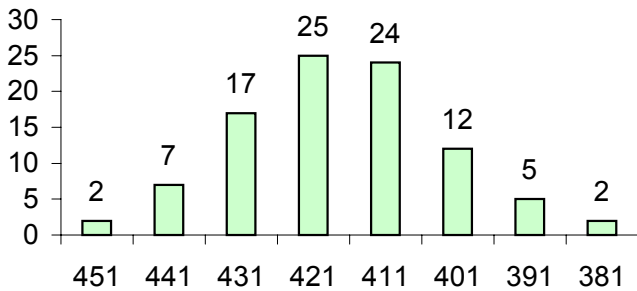
$$W_{n(1)} = V_{\max} - 0,5 \cdot K$$

Например, если измеряется длина животных с точностью до $\xi = 1$ см и установлена величина классового промежутка 5 см, то границы классов, начиная с нижнего минимального будут такими: 100–104, 105–109, 110–114, 115–119 и т. д.

Средины классов устанавливаются двумя способами. Если признак может быть выражен любым числом – и целым и дробным, то для установления середины класса нужно к началу класса прибавить половину классового промежутка.

В тех случаях, когда признак выражается только целыми числами, середина классов равна полусумме начала и конца класса.

Частоты классов устанавливаются путем разности дат по классам, которые определены описанным выше способом. Обозначаются частоты классов символом f . Каждая дата, попав в соответствующий класс, приравнивается по величине ко всем другим датам, попавшим в этот класс.



Гистограмма – вариационный ряд представленный в виде диаграммы, в которой различная величина частот изображается различной высотой столбцов. На гистограмме наглядно проявляются особенности распределения.

Вариационная кривая – это изображение вариационного ряда в виде кривой, ординаты которой пропорциональны частотам вариационного ряда. Вариационная кривая – это удобный и наглядный способ иллюстрации вариационного ряда в тех случаях, когда на одном графике нужно расположить или изобразить несколько распределений.

Кумулята – это изображение распределения признака в виде кривой, ординаты которой пропорциональны накопленным частотам

вариационного ряда. Чтобы сопоставить ряд накопленных частот, нужно к частотам наименьшего класса прибавить частоту следующего класса, т.е. определить сумму частот по всем классам.

Кумулята имеет преимущество перед вариационной кривой в случае изучения процесса накопления какого-либо признака. Один из этих методов – метод накопления (пробит) – показывает детали действия ядов и отравляющих веществ в живых организмах и в природе в целом.

Нормальное распределение

В большинстве распределений, с которыми приходится встречаться экологу, биологу, растениеводу, зоотехнику, медицинскому работнику, проявляется определенная закономерность:

1. Крайние значения – наименьшее и наибольшее – появляются редко;
2. Чем ближе значение признака к средней арифметической, тем оно чаще встречается;
3. В центре распределения имеются такие значения, которые встречаются наиболее часто и образуют в вариационном ряду модальный класс.

Такое распределение значений признака так часто встречается в самых различных областях науки и практики, что первоначально оно принималось за норму всякого массового случайного проявления признаков и в соответствии с этим получило особое название – **нормальное**.

Закон нормального распределения выражается формулой:

$$p^* = \frac{n \cdot k}{\sigma} \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) = \frac{A}{\sigma} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right),$$

где: p^* – теоретическая частота каждого класса распределения;

n – объем группы, число объектов исследования;

k – классовый промежуток (величина классов);

σ – среднее квадратичное отклонение;

$x = \frac{W - M}{\sigma}$ – нормированное отклонение средин каждого класса распределения W от среднего M .

Биноминальное распределение

Группа особей может изучаться не только по количественным признакам, которые могут иметь различную степень своего проявления и измеряться именованными величинами – в килограммах, литрах, сантиметрах и других единицах измерения. Есть признаки, которые обычно не имеют градаций (мужской пол, красная масть и др.). У каждой отдельной особи такой признак может присутствовать или отсутствовать. Такие признаки называются **качественными** или **альтернативными**.

Характеристика группы по качественному признаку заключается в указании, сколько в этой группе имеется особей с наличием данного признака и у скольких особей его нет. Для такой характеристики употребляются следующие обозначения:

n – общее количество особей в группе;

n_+ – количество особей, имеющих изучаемый признак;

n_- – количество особей, не имеющих данного признака;

$p = \frac{n_+}{n}$ – доля особей, имеющих признак;

$q = \frac{n_-}{n}$ – доля особей, не имеющих признак;

очевидно следующее равенство: $p + q = 1$.

Получаемое распределение называется **биномиальным**. Такое название объясняется следующим:

1. признак может иметь только два варианта: он есть или его нет;
2. закономерности таких распределений имеют количественное выражение, связанное с коэффициентами разложения бинома Ньютона, который в применении к этому типу распределений может быть выражен следующим образом:

$$(p + q)^n = \sum_{i=0}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} p^i q^{n-i},$$

где i – количество особей в группе, которые имеют изучаемый признак; или в развернутом виде:

$$(p + q)^n = \frac{1}{1} p^0 q^n + \frac{n}{1} p q^{n-1} + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} p^2 q^{n-2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} p^3 q^{n-3} \dots + \frac{1}{1} p^n q^0$$

Решая формулу бинома относительно величины p , можно получить следующие значения:

$p^0 q^n$ – нулевой член бинома (содержащий p в нулевой степени), дает ожидаемую долю таких равночисленных групп, в которых из n особей ни одна не имеет изучаемого признака;

npq^{n-1} – первый член бинома (с p^1), дает долю групп, в которых только одна особь имеет ожидаемый признак;

$\frac{n(n-1)}{2} p^2 q^{n-2}$ – второй член бинома (с p^2), дает долю групп, в которых изучаемый признак имеют две особи;

p^n – последний член бинома, дает долю равночисленных групп, в которых все n особей имеют изучаемый признак.

Распределение редких событий (Пуассона)

События, происходящие редко, один или небольшое число раз на 1000, 10000 и больше обычных явлений, могут быть сведены в особое распределение, в котором вариациями являются различные число редких случаев, а частотами – количество больших групп, среди которых редкое событие произошло определенное число раз.

Распределения редких, случайных событий обычно подчиняются определенному закону, который выражается формулой, предложенной Пуассоном:

$$p_x^* = p \cdot e^{-a} \cdot \frac{a^x}{x!},$$

где p_x^* – теоретическая частота распределения, ожидаемое число больших групп, среди которых редкое событие произошло x раз;

$p = \sum p_x$ – общее количество исследованных больших групп;

p_x – фактическая (эмпирическая) частота распределения;

x – число редких событий, происшедших в каждой большой группе; обычно x равно небольшому целому числу: 0, 1, 2, 3 и т. д.;

$x!$ – произведение натуральных чисел от 1 до x (факториал). Считается, что факториал нуля равен единице: $0! = 1$;

$a = \frac{\sum x \cdot p_x}{p}$ – средняя встречаемость или среднее число редких случаев на каждую большую группу.

Теоретическое распределение редких событий имеет одну особенность: в нем значение средней величины примерно равно квадрату сигмы (девиате). Поэтому, если в других распределениях основных величин две – M и σ , то в распределении редких событий обе основные величины сведены к одной – a .

Из этой особенности распределения редких событий вытекают два следствия:

1. все теоретическое распределение может быть построено на основании только одной средней;
2. при определении достоверности отличия теоретического распределения от эмпирического при помощи критерия χ^2 число степеней свободы равно числу классов без одного.

Для определения вида распределения (нормальное, биномиальное или Пуассона) изучаемого признака производят сопоставление эмпирических и теоретических частот этого распределения.

Нахождение ряда теоретических частот для имеющегося эмпирического распределения называется **выравниванием эмпирических кривых** по нормальному или другому закону. Этот процесс имеет очень большое теоретическое и практическое значение. Выравнивание эмпирических кривых вскрывает закономерность распределения, которая обычно скрыта под случайной формой своего проявления.

Достоверность различия распределений

Для практических и научных работ необходимо установить сильно или слабо расходятся эмпирический и теоретический ряды. Необходимо установить такой предел, не достижение которого означает что расхождение между эмпирическим и нормальным (биномиальным или Пуассона) распределением еще не настолько велико, чтобы с ним считаться, и что данный эмпирический ряд еще можно практически принять за искомый закон распределения.

Для этой цели применяются особые показатели, из которых в исследованиях относящихся к области экологии используются критерий χ^2 (хи-квадрат) и критерий λ (лямбда).

Критерий χ^2 (хи-квадрат)

Критерий χ^2 применяется во всех случаях, когда необходимо определить степень отличия фактического распределения частот от теоретического. Определяется величина χ^2 по следующей формуле:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(f_i - p_i^*)^2}{p_i^*},$$

где f – эмпирическая частота, p^* – теоретическая частота.

Если крайние классы распределения имеют теоретические частоты меньше единицы, то при вычислении χ^2 их необходимо объединить в один класс вместе с ближайшим классом, имеющим частоты $p^* > 1$. Вместе с теоретическими надо объединить и соответствующие фактические частоты.

После нахождения величины χ^2 требуется определить, велика или мала она для данного распределения. Для этого пользуются таблицей предельных значений χ^2 .

Для того чтобы пользоваться этой таблицей, необходимо предварительно установить число степеней свободы для изучаемого распределения. Если в качестве теоретического распределения берется нормальное, все детали которого определяются двумя постоянными величинами M и σ , то число степеней свободы в таких случаях равно числу классов без двух. За число классов берется то, которое получилось после объединения классов с дробными теоретическими частотами.

$$\chi^2 = \sum \frac{(f - p^*)^2}{p^*} < \chi_{st}^2 \quad \left. \begin{array}{l} b_1 \geq 0,999 - \text{при малой} \\ b_2 \geq 0,99 - \text{при обычной} \\ b_3 \geq 0,95 - \text{при большой} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ответственности} \\ \text{исследования} \end{array}$$

Для каждого числа степеней свободы указаны три цифры предельных значения χ^2 , соответствующие трем стандартным степеням вероятности ($P_3=0,999$, $P_2=0,99$ и $P_1=0,95$) того, что распределения, показавшие такие значения χ^2 или большие, различаются достоверно. Под достоверным различием понимается такое расхождение распределений, которое не может произойти в порядке обычных случайных отклонений фактических частот от теоретических.

Если фактическое значение χ^2 больше третьего значения, соответствующего $P_3=0,999$, то во всех случаях можно считать различие между распределениями достоверным.

Критерий λ (лямбда)

Критерий λ применяется для определения достоверности расхождения между фактическими и теоретическими распределениями, а также различий между любыми двумя распределениями частот одного и того же признака даже в том случае, когда число классов и число дат у этих распределений неодинаково. Для применения критерия λ не требуется определять число степеней свободы и не нужны таблицы для определения, трех предельных значений критерия, так как для любого числа классов эти предельные значения одинаковы: 1,36; 1,63; 1,95 и соот-

ветствуют обычным трем степеням вероятности достоверного различия – $P_1=0,95$; $P_2=0,99$; $P_3=0,999$.

Для сравнения эмпирического распределения с теоретическим, при одинаковом числе классов и при одинаковой общей численности групп критерий лямбда (λ) определяется по формуле:

$$\lambda = \frac{|d|}{\sqrt{n}} = \frac{\left| \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{i=1}^m p_i^* \right|_{\max}}{\sqrt{n}},$$

где $|d|$ – максимальная разность (без учета ее знака) между накопленными частотами в эмпирическом и теоретическом распределениях для одного и того же класса; n – общее число дат, образовавших эмпирическое распределение.

Для определения критерия лямбда требуется составить ряды накопленных частот для обоих сравниваемых распределений $\sum f_i$ и $\sum p_i^*$ – взять наибольшую разность (без учета ее знака) между этими величинами и полученную разность разделить на \sqrt{n} .

Основные сведения о построении диаграмм и графиков в Microsoft Excel



В Microsoft Excel имеется возможность графического представления данных в виде диаграмм и графиков. Построенные таким образом графические образы поддерживают «горячую» связь с данными листа, на основе которых они были созданы, и изменяются каждый раз, когда изменяются эти исходные данные. Можно создать **внедренную диаграмму** или **лист диаграммы**.

В Microsoft Excel существует возможность построения различных типов диаграмм. Тип диаграммы выбирается в зависимости от используемых данных и от того, каким образом необходимо их представить. В ходе выполнения лабораторных работы будут использованы три стандартных типа диаграмм:

- 1) **Гистограмма** (показывает изменение данных за определенный период времени и иллюстрирует соотношение отдельных значений данных) – для построения гистограммы;
- 2) **График** (отражает тенденции изменения данных за равные промежутки времени) – для построения вариационной кривой;

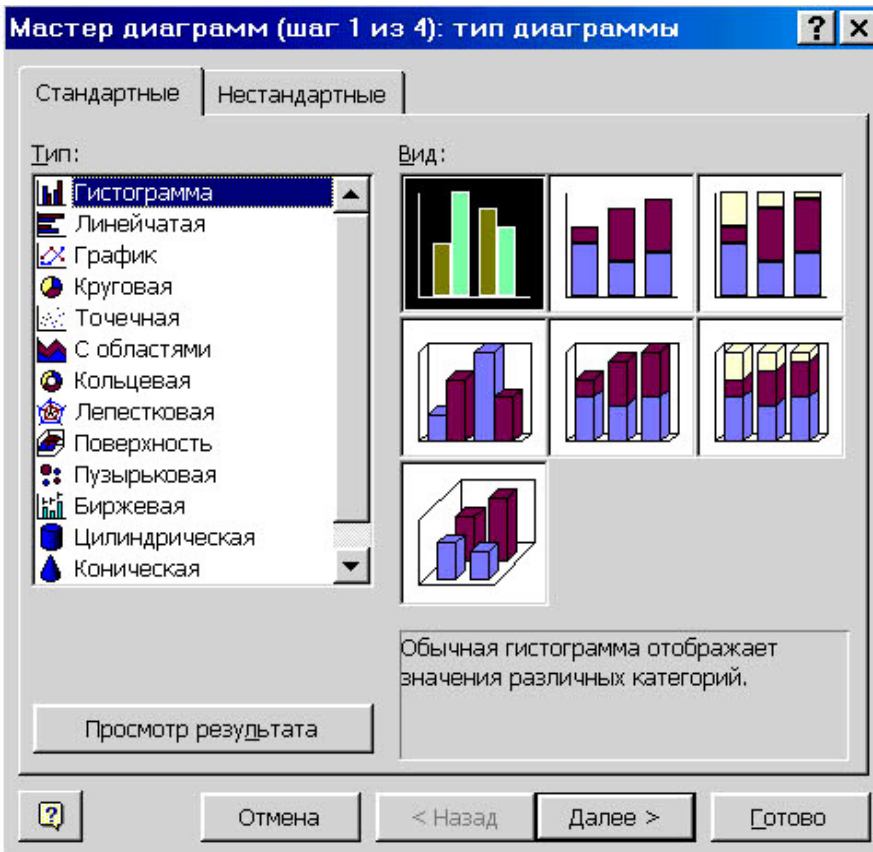


Рис.3.1. Первое окно Мастера диаграмм

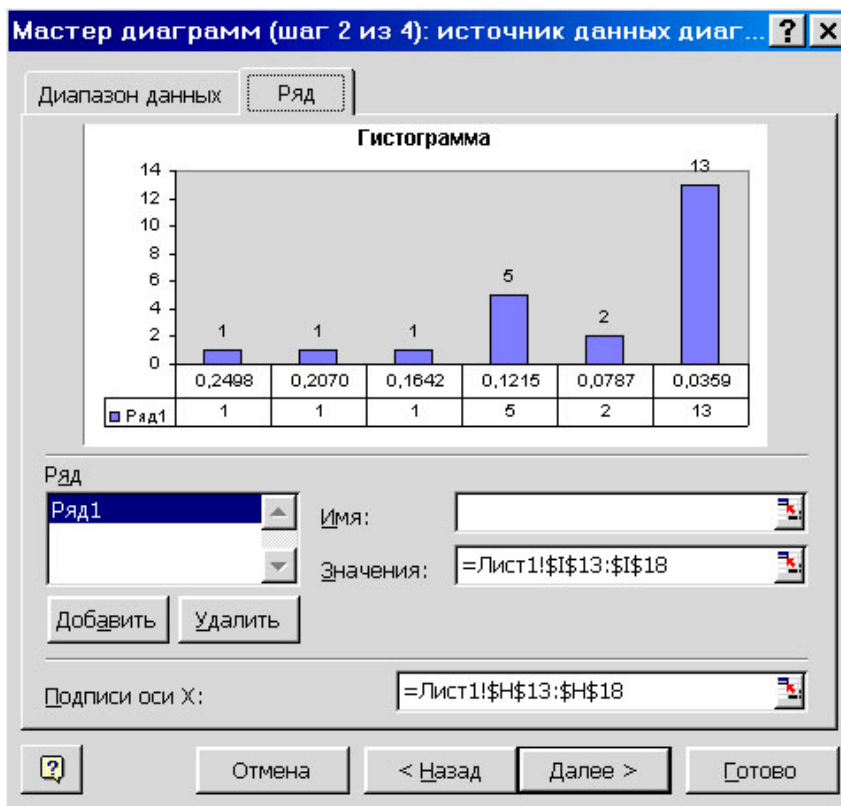


Рис.3.2. Второе окно Мастера диаграмм

3) Точечная диаграмма (отображает взаимосвязь между нечетными интервалами числовых значений, расположенных в нескольких рядах и представляет две группы чисел в виде одного ряда точек в координатах X-Y) – для построения куммуляты.

Создание любой диаграммы в Microsoft Excel можно выполнить с помощью кнопки на панели инструментов

или команды **Вставка=>Диаграмма**. Для этого необходимо выполнить следующее:

1) выделить диапазоны ячеек с данными;

2) вызвать Мастер диаграмм (кнопка или **Вставка=>Диаграмма**);

3) в появившемся окне диалога (шаг 1 из 4, рис.3.1) выбрать нужный Тип и Вид диаграммы. Щелкнуть **Далее**;

4) во втором окне

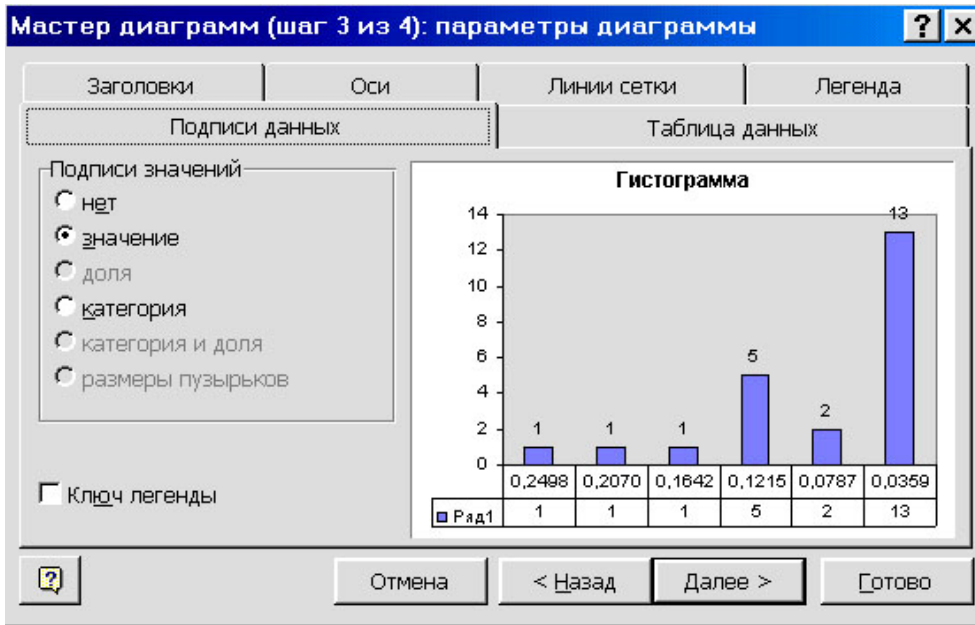


Рис.3.3. Третье окно Мастера диаграмм

5) в третьем окне диалога (шаг 3 из 4, рис.3.3) можно задать подписи значений (над столбцами), добавить внизу таблицу с исходными данными, легенду (название рядов) и ее расположение, линии сетки осей X и Y, заголовки (название диаграммы и осей). Щелкнуть **Далее**;

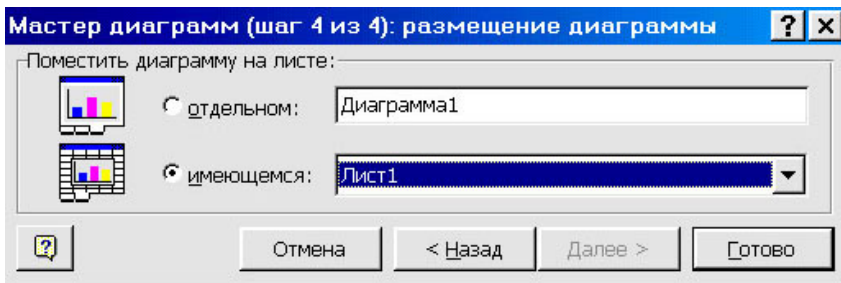


Рис.3.4. Четвертое окно Мастера диаграмм

- 1) перемещать и изменять ее размеры;
- 2) улучшать внешний вид;
- 3) распечатывать.

Улучшение внешнего вида диаграмм



Каждая диаграмма состоит из нескольких независимых друг от друга элементов. Чтобы изменить какой-либо элемент необходимо щелкнуть по нему или выбрать его в списке панели инструментов **Диаграмма**. Выбранную диаграмму можно:

диалога (шаг 2 из 4, рис.3.2) можно изменить диапазоны данных для построения, указать их расположение (по столбцам/строкам), задать имена, и подписи по оси X. Щелкнуть **Далее**;

6) в последнем окне (шаг 4 из 4, рис.3.4) указать место расположения: отдельный лист (диаграмм) или текущий. Построенную диаграмму можно:

ный элемент ограничивается прямоугольником с расположенными на нем маркерами (черными квадратными точками). С помощью маркеров можно изменять размеры элементов.

Изменение **типа диаграммы**. Выделить полностью всю диаграмму (или **Элементы диаграммы=>Область диаграммы**), а затем **Тип диаграммы** (или правая кнопка в контекстном меню).

Добавление **легенды, заголовков**, и др. элементов. Для этого:

- 1) выбрать **Область диаграммы**;
- 2) в контекстном меню (правая кнопка) выбрать **Параметры диаграммы=>Заголовки** (или **Легенда/Оси/Линии сетки/Таблица данных/Подписи данных**).

Чтобы **добавить текст**, который не является стандартным элементом диаграммы, используют кнопку **Надпись** панели **Рисование**. Аналогично текст можно добавить и в область рабочего листа.

Форматирование текстовых и числовых данных. Данные, помещенные на диаграмму, находятся в собственном прямоугольном поле. Чтобы улучшить их отображение изменяют их формат. Для этого:

- 1) выбрать элемент диаграммы;
- 2) в контекстном меню выполнить **Формат выбранного элемента** (название зависит от элемента);
- 3) далее можно использовать вкладки **Вид** (для меток делений и линий осей), **Шкала** (начальное и конечное значение, разворот оси, точка пересечения осей), **Шрифт** (гарнитура, размер, нижний, верхний), **Число** (формат значений), **Выравнивание** (наклон текста).

Для трехмерных диаграмм можно изменять их **угол наклона** или **вращать**. Для этого используют элемент **Углы**.

Чтобы добавить **дополнительные** (вспомогательные) **оси** необходимо выбрать элемент **Ряд** и далее **Формат рядов данных**. В окне диалога использовать вкладку **Ось**.

Необходимые стандартные функции Microsoft Excel

Для выполнения биометрических расчетов в этой лабораторной работе наибольший интерес будут представлять стандартные статистические и математические функции представленные в таблице ниже.

Функция	Действие	Пример
КВАДРОТКЛ (a1;a2;...)	Возвращает сумму квадратов отклонений от их среднего	Ячейки A1:G1 содержат числа 4; 5; 8; 7; 11; 4; 3 КВАДРОТКЛ(A1:G1) → 48
СЧЁТ(a1;a2;...)	Возвращает количество дат (чисел)	Ячейки A1:E1 содержат числа 4;5;8; 7; 1 СЧЁТ(A1:E1) → 5
ЧАСТОТА(массив выборки; массив классов)	Определяет частоту появления значений в выборке	ЧАСТОТА(A1:J10; A12:H12) → 1, 7, 19, 30, 25, 10, 7, 1
ХИ2ОБР(1-b _i ;v)	Возвращает χ_{st}^2	ХИ2ОБР(1-0,95;4) → 9,49
НОРМРАСП (\bar{W} ;M;σ;0)	Возвращает отдельное значение нормального распределения	НОРМРАСП(A12;\$A\$14;\$B\$14;0)*10 → 1,4970
БИНОМРАСП (i; n; p; 0)	Возвращает отдельное значение биномиального распределения	БИНОМРАСП(2;6;0,85;0)*23 → 0,1261
ПУАССОН(x; a; 0)	Возвращает отдельное значение распределения Пуассона	ПУАССОН(4;0,499;0) * 1000 → 1,6
НОРМАЛИЗАЦИЯ (\bar{W} ;M;σ)	Возвращает нормированное отклонение x	НОРМАЛИЗАЦИЯ(A12;\$A\$14;\$B\$14) → 2,4315
ОКРУГЛВВЕРХ(a1;z)	Возвращает округленное (до z знаков после запятой) вверх значение a1.	ОКРУГЛВВЕРХ(5,6789;0) → 6 ОКРУГЛВВЕРХ(5,6789;2) → 5,68
СРЗНАЧ(a1;a2;...)	Возвращает среднее арифметическое	Ячейки A1:E1 содержат числа 10, 7, 9, 27 и 2, то: СРЗНАЧ(A1:E1) → 11
LOG(a1)	Возвращает десятичный логарифм числа a1	Ячейка A1 содержит 100 LOG(A1) → 2
EXP(a1)	Возвращает экспоненту числа a1	Ячейка B1 содержит 4,60517 EXP(B1) → 100
МИН(a1;a2;...)	Возвращает минимальное значение	МИН(A1:J10) → 380
МАКС(a1;a2;...)	Возвращает максимальное значение	МАКС(A1:J10) → 450

Контрольные вопросы

1. Что называют выборкой и распределением признака в выборке.
2. Какие типы распределений рассматриваются в биометрических исследованиях.
3. Перечислите способы, с помощью которых можно изобразить распределение признака в выборке.
4. В выполненной лабораторной работе найдите и покажите вариационный ряд, гистограмму, вариационную кривую и куммуляту.
5. Из каких этапов складывается составление вариационного ряда.
6. Назовите основные свойства нормального распределения.
7. В каких случаях для характеристики распределения признака в выборке используют биномиальное распределение. Приведите примеры.
8. Дайте характеристику распределения Пуассона. Приведите примеры этого распределения.
9. С помощью каких показателей проводят оценку достоверности различий между эмпирическими и теоретическими распределениями.
10. Сколько порогов вероятности безошибочных прогнозов рассматривают на практике и чему они равны.
11. На основании сравнения каких данных в выполненной лабораторной работе был сделан вывод о соответствии (или не соответствии) эмпирического распределения нормальному, биномиальному и Пуассона.

Задание к лабораторной работе №3

1. На основе выданных значений, полученных в результате экспериментального изучения количества химического вещества (mg) в пробах отстойника ($л$) промышленных отходов, построить: вариационный ряд, гистограмму, вариационную кривую и куммуляту.
2. Выполнить выравнивание значений вариационного ряда по нормальному закону.
3. Выполнить выравнивание значений вариационного ряда по биномиальному закону. Подобрать долю (вероятность) положительных исходов (p) так, чтобы по критерию χ^2 («хи-квадрат») расхождение между эмпирическим и биномиальным распределением было бы наименьшим.
4. Выполнить выравнивание значений вариационного ряда в предположении, что их распределение подчиняется распределению редких событий (Пуассона).
5. Используя критерии χ^2 («хи-квадрат») и λ (лямбда) сделайте вывод о достоверности различий распределения эмпирического от теоретического.
6. Окончательно сохраните в **Личной папке** и распечатайте все полученные результаты.

Порядок выполнения

Часть 3.1

1. Набрать исходные выданные значения в два рядом стоящих столбца, например, столбцы А и В.
2. В третьем столбце (С) рассчитать содержание вещества в единице объема пробы.
3. Для построения вариационного ряда принять точность исходных данных 0,0001. Используя функции **МАКС()**, **МИН()**, **СЧЁТ()** и **СРЗНАЧ()** найти минимальное, максимальное, число дат выборки и среднее содержание вещества.
4. По приведенным выше формулам рассчитать размах, размер класса (K), число классов (R) и границы (верхнюю, нижнюю) классов. С помощью функции массива **{ЧАСТОТА()}**, которую создают через **<F2>**, **<Ctrl+Shift+Enter>**, определить частоты для каждого класса. По частотам рассчитать кумуляту (см. пример).
5. Используя **Мастер Диаграмм** построить гистограмму и вариационную кривую. Для этого выделить частоты вариационного ряда, вызвать **Мастер диаграмм** и выбрать тип **Гистограмма**. Для построения вариационной кривой используйте тип **График**.
6. В виде отдельной диаграммы аналогично вариационной кривой строят кумуляту.
7. Далее найти теоретические частоты нормального распределения. Для этого, используя функции **СРЗНАЧ()** определяют середины классов, а с помощью **КВАДРОТКЛ()** среднее квадратическое отклонение (сигма - σ). По найденным значениям M , σ , n и серединам классов эмпирического распределения с использованием функции **НОРМРАСП()** рассчитывают теоретические частоты нормального распределения.
8. Если необходимо выполняют редукцию классов и рассчитывают критерий χ^2 («хи-квадрат») для двух порогов вероятностных прогнозов (0,95 и 0,99). Для определения стандартного χ_{st}^2 используют функцию **ХИ2ОБР()**.

9. Используя приведенные выше формулы, рассчитать критерий лямбда (см. пример).
10. На основе полученных критериев сделать вывод о соответствии эмпирического распределения нормальному.
11. Сохраните в **Личной папке** и распечатайте полученные результаты.

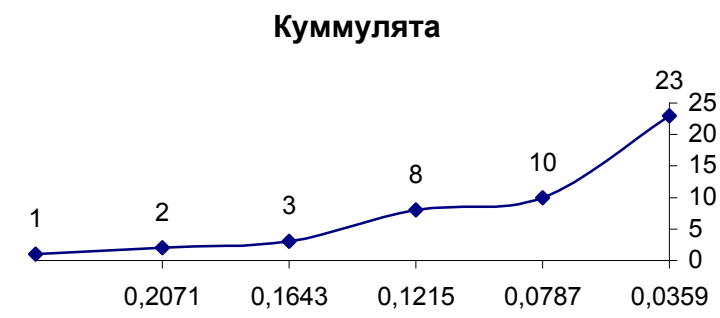
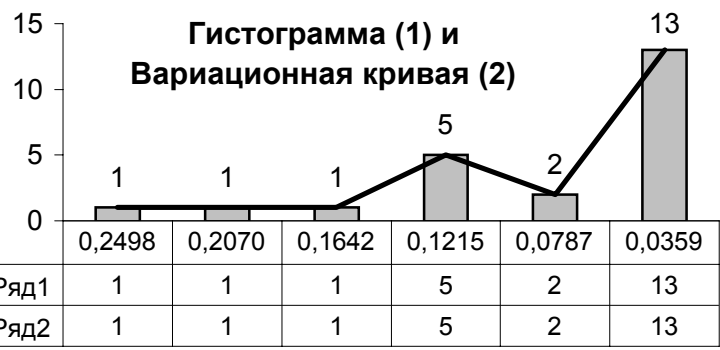
Часть 3.2

12. На втором листе книги аналогично пунктам 1-4, 6, 8-10 выполнить выравнивание значений вариационного ряда по биномиальному закону. С помощью стандартной функции **БИНОМРАСП()** рассчитывают теоретические частоты биномиального распределения.
13. Методом последовательных приближений (в диапазоне от 0 до 1) подобрать долю (вероятность) положительных исходов (p) так, чтобы по критерию χ^2 («хи-квадрат») расхождение между эмпирическим и биномиальным распределением было бы наименьшим.
14. Используя **Мастер Диаграмм** построить точечные диаграммы эмпирического и биномиального распределения (см. пример).
15. Сохраните в **Личной папке** и распечатайте полученные результаты.

Часть 3.3

16. На третьем листе книги аналогично пунктам 1-4, 6, 8-10 выполнить выравнивание значений вариационного ряда по закону распределения редких событий (Пуассона). С помощью стандартной функции **ПУАССОН()** рассчитывают теоретические частоты распределения Пуассона.
17. Используя **Мастер Диаграмм** построить точечные диаграммы эмпирического распределения и распределения Пуассона (см. пример).
18. Сохраните в **Личной папке** и распечатайте полученные результаты.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Лабораторная работа №3.1 по курсу "Биометрия" (пример)												
2	Выполнил ст. гр.ЭП-хх: Мазай И.З.												
3	Задание						Расчеты						
4	Aluminium Silikate Hydrate			точность=			0,0001						
5	6-0221	Al ₂ Si ₂ O ₅ (OH) ₄		Содержание в-ва		число классов=		6					
6	7,18	100	0,0718		MAX =		0,2498		количество=		23		
7	4,48	80	0,0560		MIN =		0,0149		среднее=		0,0827		
8	3,58	100	0,0358		размах=		0,2349		сигма=		0,0645458		
9	2,565	80	0,0321		размер класса=		0,0428		A=		0,983519		
10	2,502	80	0,0313		число классов после редукци=		4						
11	2,386	80	0,0298		Границы классов			Частоты			Сумма частот		
12	2,341	90	0,0260		верхняя	нижняя	середина	наблюдения	нормальные	кумулята	нормальные	лямбда	
13	2,206	10	0,2206		1	0,2711	0,2284	0,2498	1	0,213527252	1	0,213527252	0,163991
14	1,989	40	0,0497		2	0,2283	0,1857	0,2070	1	0,952270012	2	1,165797264	0,173943
15	1,789	40	0,0447		3	0,1856	0,1429	0,1642	1	2,738114922	3	3,903912186	0,188479
16	1,666	50	0,0333		4	0,1428	0,1001	0,1215	5	5,076074679	8	8,979986865	0,204341
17	1,541	10	0,1541		5	0,1000	0,0574	0,0787	2	6,067211025	10	15,04719789	1,052414
18	1,488	100	0,0149		6	0,0573	0,0146	0,0359	13	4,675574324	23	19,72277221	0,683349
19	1,456	30	0,0485								Лямбда=>		1,052414
20	1,432	20	0,0716		Стандартные			Объединение частот					
21	1,375	10	0,1375		Кси2	Лямбда	наблюдения		нормальные	17,757791	<=Кси2		
22	1,339	10	0,1339		0,95	5,99148	1,36	3	3,903912186	0,2092919			
23	1,31	10	0,1310		0,99	9,21035	1,63	5	5,076074679	0,0011401			
24	1,287	30	0,0429		0,999	13,815	1,95	2	6,067211025	2,7264925			
25	1,263	10	0,1263		Достоверность		13		4,675574324	14,820866			
26	1,249	5	0,2498		Вывод:			По Кси2 различаются достоверно.					
27	1,236	30	0,0412					Не является "нормальным" распределением.					
28	1,194	10	0,1194					Применение критерия лямбда не правомерно.					
29													
30													
31													
32													
33													
34													
35													
36													
37													
38													
39													
40													
41													



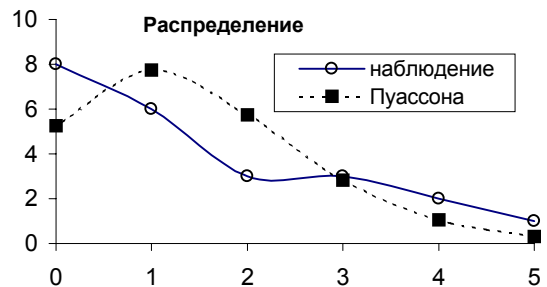
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M								
1	Лабораторная работа №3.1 по курсу "Биометрия" (пример)																				
2	Выполнил ст. гр.ЭП-хх: Мазай И.З.																				
3	Задание						Расчеты														
4	Aluminium Silikate Hydrate			точность=			0,0001														
5	6-0221	Al2Si2O5	Содержание в-ва		число классов= =ОКРУГЛВВЕРХ(1+3,3*LOG(K6);0)																
6	7,18	100	=A6/B6		MAX = =МАКС(D6:D28)				количество= =СЧЁТ(D6:D28)												
7	4,48	80	=A7/B7		MIN = =МИН(D6:D28)				среднее= =СРЗНАЧ(D6:D28)												
8	3,58	100	=A8/B8		размах= =H6-H7				сигма= =(КВАДРОТКЛ(D6:D28)/(K6-1))^0,5												
9	2,565	80	=A9/B9		размер класса= =H8/(1+3,3*LOG(K6))								A= =K6*H9								
10	2,502	80	=A10/B10		число классов после редукци= =СЧЁТЕСЛИ(J13:J18;">=1")																
11	2,386	80	=A11/B11		Границы классов				Частоты		Сумма частот										
12	2,341	90	=A12/B12		верхняя		нижняя		середина		наблюдения		нормальные		кумулята		нормальные		лямбда		
13	2,206	10	=A13/B13		1	=H6+\$H\$9/2-\$G\$4		=H6-\$H\$9/2		=СРЗНАЧ(F13:G13)		=ЧАСТОТА(D6:D28;F13:F18)		=\$K\$9*НОРМРАСП(H13;\$K\$7;\$K\$8;0)		=I13		=J13		=ABS(K13-L13)/\$K\$6^0,5	
14	1,989	40	=A14/B14		2	=F13-\$H\$9		=G13-\$H\$9		=СРЗНАЧ(F14:G14)		=ЧАСТОТА(D6:D28;F13:F18)		=\$K\$9*НОРМРАСП(H14;\$K\$7;\$K\$8;0)		=I14+K13		=J14+L13		=ABS(K14-L14)/\$K\$6^0,5	
15	1,789	40	=A15/B15		3	=F14-\$H\$9		=G14-\$H\$9		=СРЗНАЧ(F15:G15)		=ЧАСТОТА(D6:D28;F13:F18)		=\$K\$9*НОРМРАСП(H15;\$K\$7;\$K\$8;0)		=I15+K14		=J15+L14		=ABS(K15-L15)/\$K\$6^0,5	
16	1,666	50	=A16/B16		4	=F15-\$H\$9		=G15-\$H\$9		=СРЗНАЧ(F16:G16)		=ЧАСТОТА(D6:D28;F13:F18)		=\$K\$9*НОРМРАСП(H16;\$K\$7;\$K\$8;0)		=I16+K15		=J16+L15		=ABS(K16-L16)/\$K\$6^0,5	
17	1,541	10	=A17/B17		5	=F16-\$H\$9		=G16-\$H\$9		=СРЗНАЧ(F17:G17)		=ЧАСТОТА(D6:D28;F13:F18)		=\$K\$9*НОРМРАСП(H17;\$K\$7;\$K\$8;0)		=I17+K16		=J17+L16		=ABS(K17-L17)/\$K\$6^0,5	
18	1,488	100	=A18/B18		6	=F17-\$H\$9		=G17-\$H\$9		=СРЗНАЧ(F18:G18)		=ЧАСТОТА(D6:D28;F13:F18)		=\$K\$9*НОРМРАСП(H18;\$K\$7;\$K\$8;0)		=I18+K17		=J18+L17		=ABS(K18-L18)/\$K\$6^0,5	
19	1,456	30	=A19/B19		Лямбда=> =МАКС(M13:M17)																
20	1,432	20	=A20/B20		Стандартные				Объединение частот												
21	1,375	10	=A21/B21		Кси2		Лямбда		наблюдения		нормальные			=СУММ(K22:K25) <=Кси2							
22	1,339	10	=A22/B22		0,95	=ХИ2ОБР(1-E22;\$J\$10-2)		1,36		=I13+I14+I15			=J13+J14+J15			=(I22-J22)^2/J22					
23	1,31	10	=A23/B23		0,99	=ХИ2ОБР(1-E23;\$J\$10-2)		1,63		=I16			=J16			=(I23-J23)^2/J23					
24	1,287	30	=A24/B24		0,999	=ХИ2ОБР(1-E24;\$J\$10-2)		1,95		=I17			=J17			=(I24-J24)^2/J24					
25	1,263	10	=A25/B25		Достоверность				=I18			=J18			=(I25-J25)^2/J25						
26	1,249	5	=A26/B26		Вывод:				По Кси2 различаются достоверно.												
27	1,236	30	=A27/B27						Не является "нормальным" распределением.												
28	1,194	10	=A28/B28						Применение критерия лямбда не правомерно.												
29																					
30																					
31																					
32																					
33																					
34																					
35																					
36																					
37																					
38																					
39																					
40																					
41																					

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Лабораторная работа №3.2 по курсу "Биометрия" (пример)												
2	Выполнил ст. гр.ЭП-хх: Мазай И.З.												
3	Задание						Расчеты						
4	Paladium Germanium 2:1			точность=		0,0001		вероятность(p)=		0,86			
5	6-0556	Pd2Ge	Содержание в-ва		число классов=			6					
6	3,37	30	0,1123		MAX =			0,1330		количество=		23	
7	2,35	100	0,0235		MIN =			0,0163					
8	2,24	80	0,0280		размах=			0,1168					
9	2,19	50	0,0438		размер класса=			0,0213					
10	1,94	60	0,0323		число классов после редукции=			3					
11	1,86	30	0,0620		Границы классов			Частоты		Сумма частот			
12	1,76	60	0,0293		n_+	верхняя	нижняя	наблюдения	биноминал.	кумулята	биноминал.	лямбда	
13	1,61	20	0,0805		1	0,1435	0,1224	1	0,006382895	1	0,006382895	0,207183	
14	1,56	30	0,0520		2	0,1223	0,1011	2	0,098023034	3	0,104405929	0,603773	
15	1,51	40	0,0378		3	0,1010	0,0799	1	0,802855325	4	0,907261255	0,644881	
16	1,46	30	0,0487		4	0,0798	0,0586	2	3,698869178	6	4,606130433	0,290642	
17	1,37	60	0,0228		5	0,0585	0,0374	6	9,08864998	12	13,69478041	0,353386	
18	1,34	20	0,0670		6	0,0373	0,0161	11	9,305046408	23	22,99982682	3,61E-05	
19	1,33	10	0,1330									Лямбда=> 0,644881	
20	1,3	80	0,0163		Стандартные			Объединение частот					
21	1,24	60	0,0207		Кси2	Лямбда		наблюдения	биноминал.	1,7801787	<=Кси2		
22	1,19	60	0,0198		0,95	3,84146	1,36	6	4,606130433	0,4218014			
23	1,12	10	0,1120		0,99	6,63489	1,63	6	9,08864998	1,0496343			
24	1,109	60	0,0185		0,999	10,8274	1,95	11	9,305046408	0,308743			
25	1,09	20	0,0545		Достоверность								
26	1,063	30	0,0354		Вывод:			По Кси2 и Лямбда различаются не достоверно.					
27	1,042	20	0,0521					Является "биномиальным" распределением.					
28	0,999	30	0,0333		вероятность(p)=		0,86						
29													
30													
31													
32													
33													
34													
35													
36													
37													
38													
39													
40													
41													

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M				
1	Лабораторная работа №3.2 по курсу "Биометрия" (пример)																
2	Выполнил ст. гр.ЭП-хх: Мазай И.З.																
3	Задание						Расчеты										
4	Paladinum Germanium 2:1			точность= 0,0001			вероятность(p)= 0,86										
5	6-0556	Pd2Ge	Содержание в-ва	число классов=			=ОКРУГЛВВЕРХ(1+3,3*LOG(K6);0)										
6	3,37	30	=A6/B6	MAX =			=МАКС(D6:D28)			количество=			=СЧЁТ(D6:D28)				
7	2,35	100	=A7/B7	MIN =			=МИН(D6:D28)										
8	2,24	80	=A8/B8	размах=			=H6-H7										
9	2,19	50	=A9/B9	размер класса=			=H8/(1+3,3*LOG(K6))										
10	1,94	60	=A10/B10	число классов после редукции=			=СЧЁТЕСЛИ(J13:J18;">=1")										
11	1,86	30	=A11/B11	Границы классов			Частоты			Сумма частот							
12	1,76	60	=A12/B12	n_+	верхняя	нижняя	наблюдения			биноминал.			кумулята	биноминал.	лямбда		
13	1,61	20	=A13/B13	1	=H6+\$H\$9/2-\$G\$4	=H6-\$H\$9/2	=ЧАСТОТА(D6:D28;F13:F18)			=\$K\$6*БИНОМРАСП(E13;\$H\$5;\$J\$4;0)			=I13	=J13	=ABS(K13-L13)/\$K\$6^0,5		
14	1,56	30	=A14/B14	2	=F13-\$H\$9	=G13-\$H\$9	=ЧАСТОТА(D6:D28;F13:F18)			=\$K\$6*БИНОМРАСП(E14;\$H\$5;\$J\$4;0)			=I14+K13	=J14+L13	=ABS(K14-L14)/\$K\$6^0,5		
15	1,51	40	=A15/B15	3	=F14-\$H\$9	=G14-\$H\$9	=ЧАСТОТА(D6:D28;F13:F18)			=\$K\$6*БИНОМРАСП(E15;\$H\$5;\$J\$4;0)			=I15+K14	=J15+L14	=ABS(K15-L15)/\$K\$6^0,5		
16	1,46	30	=A16/B16	4	=F15-\$H\$9	=G15-\$H\$9	=ЧАСТОТА(D6:D28;F13:F18)			=\$K\$6*БИНОМРАСП(E16;\$H\$5;\$J\$4;0)			=I16+K15	=J16+L15	=ABS(K16-L16)/\$K\$6^0,5		
17	1,37	60	=A17/B17	5	=F16-\$H\$9	=G16-\$H\$9	=ЧАСТОТА(D6:D28;F13:F18)			=\$K\$6*БИНОМРАСП(E17;\$H\$5;\$J\$4;0)			=I17+K16	=J17+L16	=ABS(K17-L17)/\$K\$6^0,5		
18	1,34	20	=A18/B18	6	=F17-\$H\$9	=G17-\$H\$9	=ЧАСТОТА(D6:D28;F13:F18)			=\$K\$6*БИНОМРАСП(E18;\$H\$5;\$J\$4;0)			=I18+K17	=J18+L17	=ABS(K18-L18)/\$K\$6^0,5		
19	1,33	10	=A19/B19										Лямбда=> =МАКС(M13:M17)				
20	1,3	80	=A20/B20	Стандартные			Объединение частот										
21	1,24	60	=A21/B21	Кси2			лямбда			наблюдения			биноминал.			=СУММ(K22:K24)	<=Кси2
22	1,19	60	=A22/B22	0,95	=ХИ2ОБР(1-E22;\$J\$10-2)	1,36	=I13+I14+I15+I16			=J13+J14+J15+J16			=(I22-J22)^2/J22				
23	1,12	10	=A23/B23	0,99	=ХИ2ОБР(1-E23;\$J\$10-2)	1,63	=I17			=J17			=(I23-J23)^2/J23				
24	1,109	60	=A24/B24	0,999	=ХИ2ОБР(1-E24;\$J\$10-2)	1,95	=I18			=J18			=(I24-J24)^2/J24				
25	1,09	20	=A25/B25	Достоверность													
26	1,063	30	=A26/B26	Вывод:			По Кси2 и Лямбда различаются не достоверно.										
27	1,042	20	=A27/B27	Является "биномиальным" распределением.													
28	0,999	30	=A28/B28				=I4	=J4									
29																	
30																	
31																	
32																	
33																	
34																	
35																	
36																	
37																	
38																	
39																	
40																	

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Лабораторная работа №3.3 по курсу "Биометрия" (пример)												
2	Выполнил ст. гр.ЭП-хх: Мазай И.З.												
3	Задание						Расчеты						
4	Platinum Germanium 2:1			точность=			0,0001						
5	6-0555	Pt2Ge		Содержание в-ва		число классов=	6						
6	4,49	30		0,1497		MAX =	0,2300			количество=	23		
7	4,02	40		0,1005		MIN =	0,0238			a =	1,4783		
8	3,79	70		0,0541		размах=	0,2062						
9	2,81	30		0,0937		размер класса=	0,0375						
10	2,57	80		0,0321		число классов после редукции=			5				
11	2,38	100		0,0238		Границы классов			Частоты		Сумма частот		
12	2,3	10		0,2300	x	верхняя	нижняя		наблюдения	Пуассон	кумулята	Пуассон	лямбда
13	2,02	10		0,2020	5	0,2487	0,2112		1	0,309	1	0,308532883	0,144181
14	1,82	10		0,1820	4	0,2111	0,1737		2	1,044	3	1,352099985	0,343611
15	1,714	30		0,0571	3	0,1736	0,1362		3	2,824	6	4,175869792	0,380357
16	1,637	10		0,1637	2	0,1361	0,0986		3	5,731	9	9,906461459	0,18901
17	1,628	10		0,1628	1	0,0985	0,0611		6	7,753	15	17,65961489	0,554568
18	1,505	20		0,0753	0	0,0610	0,0236		8	5,245	23	22,90439515	0,019935
19	1,463	30		0,0488								Лямбда=>	0,554568
20	1,446	30		0,0482		Стандартные			Объединение частот				
21	1,407	30		0,0469		Кси2	Лямбда		наблюдения	Пуассон	5,1643352	<=Кси2	
22	1,403	30		0,0468	0,95	9,48773	1,36		3	1,352	2,0084125		
23	1,345	20		0,0673	0,99	13,2767	1,63		3	2,823769807	0,0109984		
24	1,342	20		0,0671	0,999	18,4662	1,95		3	5,730591667	1,3011101		
25	1,326	20		0,0663	Достоверность				6	7,753153432	0,3964254		
26	1,286	10		0,1286					8	5,244780263	1,4473887		
27	1,261	20		0,0631	Вывод: По Кси2 и Лямбда различаются не достоверно.								
28	1,191	10		0,1191	Может являться распределением Пуассона								
29													
30													
31	<p>Распределение</p> <p>—○— наблюдение - -■- - Пуассона</p>												
32													
33													
34													
35													
36													
37													
38													
39													
40													
41													

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Лабораторная работа №3.3 по курсу "Биометрия" (пример)												
2	Выполнил ст. гр.ЭП-хх: Мазай И.З.												
3	Задание						Расчеты						
4	Platinum Germanium 2:1			точность= 0,0001									
5	6-0555	Pt2Ge	Содержание в-ва	число классов= =ОКРУГЛВВЕРХ(1+3,3*LOG(K6);0)									
6	4,49	30	=A6/B6	MAX = =МАКС(D6:D28)				количество= =СЧЁТ(D6:D28)					
7	4,02	40	=A7/B7	MIN = =МИН(D6:D28)				a = =СУММПРОИЗВ(E13:E18;I13:I18)/K6					
8	3,79	70	=A8/B8	размах= =H6-H7									
9	2,81	30	=A9/B9	размер класса= =H8/(1+3,3*LOG(K6))									
10	2,57	80	=A10/B10	число классов после редукции= =СЧЁТЕСЛИ(J13:J18;">=1")									
11	2,38	100	=A11/B11	Границы классов				Частоты			Сумма частот		
12	2,3	10	=A12/B12	x	верхняя	нижняя	наблюдения	Пуассон	кумулята	Пуассон	лямбда		
13	2,02	10	=A13/B13	5	=H6+\$H\$9/2-\$G\$4	=H6-\$H\$9/2	=ЧАСТОТА(D6:D28;F13:F18)	=\$K\$6*ПУАССОН(E13;\$K\$7;0)	=I13	=J13	=ABS(K13-L13)/\$K\$6^0,5		
14	1,82	10	=A14/B14	4	=F13-\$H\$9	=G13-\$H\$9	=ЧАСТОТА(D6:D28;F13:F18)	=\$K\$6*ПУАССОН(E14;\$K\$7;0)	=I14+K13	=J14+L13	=ABS(K14-L14)/\$K\$6^0,5		
15	1,714	30	=A15/B15	3	=F14-\$H\$9	=G14-\$H\$9	=ЧАСТОТА(D6:D28;F13:F18)	=\$K\$6*ПУАССОН(E15;\$K\$7;0)	=I15+K14	=J15+L14	=ABS(K15-L15)/\$K\$6^0,5		
16	1,637	10	=A16/B16	2	=F15-\$H\$9	=G15-\$H\$9	=ЧАСТОТА(D6:D28;F13:F18)	=\$K\$6*ПУАССОН(E16;\$K\$7;0)	=I16+K15	=J16+L15	=ABS(K16-L16)/\$K\$6^0,5		
17	1,628	10	=A17/B17	1	=F16-\$H\$9	=G16-\$H\$9	=ЧАСТОТА(D6:D28;F13:F18)	=\$K\$6*ПУАССОН(E17;\$K\$7;0)	=I17+K16	=J17+L16	=ABS(K17-L17)/\$K\$6^0,5		
18	1,505	20	=A18/B18	0	=F17-\$H\$9	=G17-\$H\$9	=ЧАСТОТА(D6:D28;F13:F18)	=\$K\$6*ПУАССОН(E18;\$K\$7;0)	=I18+K17	=J18+L17	=ABS(K18-L18)/\$K\$6^0,5		
19	1,463	30	=A19/B19	Лямбда=> =МАКС(M13:M17)									
20	1,446	30	=A20/B20	Стандартные			Объединение частот						
21	1,407	30	=A21/B21	Кси2	Лямбда	наблюдения	Пуассон	=СУММ(K22:K26)	<=Кси2				
22	1,403	30	=A22/B22	0,95	=ХИ2ОБР(1-E22;\$J\$10-1)	1,36	=I13+I14	=J13+J14	=(I22-J22)^2/J22				
23	1,345	20	=A23/B23	0,99	=ХИ2ОБР(1-E23;\$J\$10-1)	1,63	=I15	=J15	=(I23-J23)^2/J23				
24	1,342	20	=A24/B24	0,999	=ХИ2ОБР(1-E24;\$J\$10-1)	1,95	=I16	=J16	=(I24-J24)^2/J24				
25	1,326	20	=A25/B25	Достоверность			=I17	=J17	=(I25-J25)^2/J25				
26	1,286	10	=A26/B26				=I18	=J18	=(I26-J26)^2/J26				
27	1,261	20	=A27/B27	Вывод:			По Кси2 и Лямбда различаются не достоверно.						
28	1,191	10	=A28/B28				Может являться распределением Пуассона						
29													
30													
31													
32													
33													
34													
35													
36													
37													
38													
39													
40													



Варианты к заданиям лабораторной работы № 3.1

(подгруппа - А)

№1.													
M	0,2	7,1	5,1	5,7	4,9	9,1	9	1,3	4,1	8,2	9,6	3,2	
V	97	55	74	71	84	21	75	7	36	86	19	99	
№2.													
M	1,5	8,3	8,2	1,5	9,8	8,2	8,4	6,8	8,4	5,6	8,1	0,7	
V	46	94	71	40	13	31	13	73	24	48	33	36	
№3.													
M	2	2,5	5,3	5,1	9,5	9,1	3,1	2,4	0,3	4,3	0,3	7	
V	43	10	26	78	22	73	95	32	89	50	71	100	
№4.													
M	7	7,1	3,6	1,2	3,3	6,4	5,6	7,8	8,4	0,1	9,5	5,9	
V	81	29	17	21	48	88	83	96	59	97	48	29	
№5.													
M	8,7	10	9,5	9,7	3,6	9,6	4,9	2,5	0,4	0,4	5,3	5,2	
V	28	42	70	40	52	56	84	64	5	43	24	8	
№6.													
M	7,5	8	1	1	7,5	8,1	2,1	8,5	9,7	0,7	8,2	1,7	
V	81	79	45	16	12	45	10	15	52	9	75	77	
№7.													
M	9,7	2,6	1,2	1,3	3,2	8,8	9,2	5,3	9,2	3,1	0,2	7,6	
V	87	72	79	94	87	18	54	81	90	13	49	35	
№8.													
M	0,8	0,1	6,7	2	2,5	6,8	6,9	6,8	4	4,6	9,3	8,4	
V	58	30	55	3	100	10	55	49	33	59	98	14	
№9.													
M	2,9	9,5	3	7	7,4	6,8	0,3	0,1	10	3	6,4	0,9	
V	66	44	15	24	74	79	6	101	86	85	26	77	
№10.													
M	1,3	6,8	4,4	1,2	9,2	2,2	2,5	4,8	0,5	9,1	1,6	2,6	
V	15	74	92	61	33	37	16	87	4	26	7	82	
№11.													
M	4,5	6,6	5	6,8	3,8	1,6	7,7	4,7	8,2	4,1	4,1	0,5	
V	48	77	61	20	78	68	95	43	50	51	53	81	
№12.													
M	1,6	6,1	6	5,1	5,7	7,9	1,9	3,2	5,7	3,2	7,5	6,1	
V	90	35	90	71	58	9	38	23	78	42	47	58	
№13.													
M	7,4	0,7	9,2	6,2	8,3	8,6	7	1,9	5,2	0,7	0,1	4,5	
V	78	67	48	12	74	77	64	40	37	95	42	38	
№14.													
M	8,9	9,7	9,4	8,5	5,4	5,9	8,5	8,5	2,9	8,2	1,9	9,8	
V	70	16	5	16	84	28	63	42	76	49	7	37	
№15.													
M	8	7,7	1,2	4,4	4,1	8	2,7	4,3	5,4	7,6	0,1	2,4	
V	76	23	60	43	84	42	60	81	47	81	73	15	

(подгруппа - Б)

№16.													
M	9,6	7,7	8,6	1,7	7,1	9,4	0,7	2,2	0,4	5,3	7	2,6	
V	66	68	15	47	64	88	44	56	21	61	67	21	
№17.													
M	2,2	4,9	0,8	5,4	7,6	2,7	2,3	1,6	9,4	2,2	1,1	5,6	
V	53	92	75	82	100	2	10	48	30	78	15	99	
№18.													
M	1,2	5,3	1	2,7	4,1	2,5	6,7	0,2	9,5	2,9	4,7	8,9	
V	65	8	86	90	49	50	88	10	12	4	95	88	
№19.													
M	3,4	3	1,2	5	5,4	0,2	9,7	1,1	0,6	8,4	2,3	9,7	
V	75	88	58	66	42	51	45	72	97	101	58	86	
№20.													
M	3,3	8,5	1,4	6,4	7,2	7,1	7,2	8,6	7,1	3,1	1,9	1,4	
V	58	35	91	80	15	71	27	76	92	84	11	63	
№21.													
M	3,6	9,9	3,8	6,4	6,2	9,8	5,1	7,7	1,6	2,4	8	1,5	
V	14	84	67	49	24	81	87	57	65	88	84	10	
№22.													
M	0,5	5,9	2,1	2,5	0,9	3,4	4,7	7,4	8,6	8,8	7,6	3,3	
V	42	71	88	42	57	3	39	14	12	53	94	100	
№23.													
M	3,9	4,8	5,6	1,4	7,7	9,6	5,3	1,4	5,9	4,3	2,6	5,4	
V	99	82	69	69	39	25	75	18	2	53	16	100	
№24.													
M	2,6	10	4	3,4	9,3	7,6	7,4	0,2	6,1	6,8	6,5	4,1	
V	36	95	94	50	67	47	50	39	81	64	38	24	
№25.													
M	2,9	0,8	5,4	2,1	5	2,4	3,7	4,2	0,3	3,9	2,3	2,7	
V	97	45	99	51	28	85	57	9	59	79	97	72	
№26.													
M	5,3	9,4	6	2,5	5,5	7,4	6,8	5,8	6,8	8	7,9	2,9	
V	99	84	31	26	53	48	98	12	82	98	90	17	
№27.													
M	7,9	5,7	9	8,7	2,5	6,4	9,3	7,9	8,8	7,7	9,5	0,3	
V	28	68	18	67	86	49	42	58	85	65	66	22	
№28.													
M	0,3	0,2	8,9	5,9	7,4	4	5,9	7	7,9	6,1	6,3	0,6	
V	64	35	91	28	20	19	43	88	72	74	97	46	
№29.													
M	2,4	6	2	5,5	1,1	7,3	4,9	1,3	2	1,4	1	9,2	
V	95	72	98	78	74	7	72	63	4	70	17	58	
№30.													
M	1,2	7,6	4,9	7,6	2,3	9,1	2,9	3,4	5,4	2,8	0,8	9,5	
V	16	79	86	84	35	51	67	33	43	4	100	52	
№31.													
M	5,3	0,4	8,8	6,7	1,7	2,3	7,2	7,8	2,5	7,8	9,1	5,8	
V	85	98	20	11	62	100	92	76	94	62	6	44	

Варианты к заданиям лабораторной работы № 3.2
(подгруппа - А)

№1.												
M	1,4	9,7	4,7	7,5	2,7	9,9	0,4	8,8	7,8	5,9	0,6	9,3
V	63	40	86	56	22	24	11	34	93	86	53	62
№2.												
M	1,6	6,4	0,9	7,1	2,2	8,1	3,4	8,6	4,9	3,9	0,3	6,1
V	51	64	88	5	27	92	20	31	10	33	64	10
№3.												
M	7	3,4	2	2	1,4	9,9	9,4	2,1	3,9	6,8	0,4	8,7
V	88	6	92	14	39	61	14	16	37	53	45	80
№4.												
M	3,1	4,8	6	8,4	3,3	3,4	2,3	8,6	6,2	1,8	7,7	7,2
V	45	5	88	5	59	20	64	24	89	74	101	83
№5.												
M	2,5	8,9	0,1	2,1	1,6	4,8	3	9,1	8,9	4,5	6,7	1,8
V	44	45	95	11	30	14	2	82	13	31	20	93
№6.												
M	9	1,6	7,2	6,9	8,3	9,2	7,3	5,3	0,7	6,2	5,6	3,6
V	65	62	24	52	63	80	100	20	85	90	25	36
№7.												
M	6	0,7	5	4,4	3,3	5,5	2,5	8,1	5,7	1,2	8,2	6,6
V	63	50	35	75	62	18	69	48	6	78	37	70
№8.												
M	0,2	3,4	9,1	8,4	7,8	2,9	1,7	1,6	9,9	8,9	6,4	0,7
V	61	91	60	36	40	81	9	83	68	63	46	17
№9.												
M	3,3	7,8	7,1	4,6	7,8	5,8	3,1	2,6	5,6	8,7	7,1	5,4
V	72	20	15	69	28	7	49	93	99	32	3	22
№10.												
M	8,7	8,4	1,7	0,6	4,3	5	0,4	1,4	4,3	9,5	2,5	9,6
V	61	91	69	62	80	98	27	47	77	88	24	31
№11.												
M	5,8	2,3	0,5	3,9	9,3	2,4	5,9	6,4	5,1	3,5	6,5	6,5
V	67	9	15	93	22	40	66	84	31	5	40	64
№12.												
M	6,2	0,6	3,1	9,6	7,6	2,2	5,8	2,8	8,1	7,1	1	0,1
V	25	81	77	23	22	34	66	89	18	60	69	56
№13.												
M	7,3	6,9	6,5	9,7	7,6	8,8	8,8	3,8	3,3	4,9	4,2	8,9
V	75	41	85	38	37	93	38	83	54	61	69	31
№14.												
M	8,4	7,8	2,8	8,2	7,8	9	6,5	3,3	3,4	9,8	8,5	6,2
V	11	65	13	24	41	7	22	66	47	6	49	84
№15.												
M	2	8,5	5,6	8,5	4,7	1,8	2,3	0,5	0,6	3,2	9,3	0,2
V	60	12	80	55	90	64	3	72	68	83	19	51

(подгрупа - Б)

№16.												
M	2	5,2	5,6	2,5	2,4	0,9	1,2	5,4	8,2	7,9	3,6	0,4
V	12	82	90	52	63	6	73	101	20	99	81	83
№17.												
M	7,4	2,7	6,9	6,7	7	2,3	8,7	3,5	1	3,8	3,7	3,9
V	52	50	33	85	16	2	95	89	23	69	11	12
№18.												
M	5,6	2	8,2	6	3,3	7,9	4,8	0,7	7,3	8,1	4,5	8,2
V	48	21	90	10	52	26	98	88	48	40	7	59
№19.												
M	2,2	2,1	5,2	6,5	5,6	3,1	7,3	0,7	1,3	4,8	7,5	8,3
V	86	38	69	11	72	24	12	46	4	86	3	42
№20.												
M	6,8	6,4	9,7	2,1	2,8	1,3	1,9	7,8	5,7	9,3	3,9	0,9
V	21	27	25	38	70	28	78	94	14	74	10	39
№21.												
M	7,7	3,4	1,9	3,9	7,4	1,7	5,7	9,8	8,8	3,5	9,8	0,4
V	59	17	10	91	12	35	66	48	10	81	52	88
№22.												
M	2,6	1,4	5,4	2,3	2,1	2,6	8,9	3,8	3,9	4,9	2	7,8
V	55	96	20	11	66	99	73	77	86	21	90	63
№23.												
M	5,4	5,7	4,5	6,1	3,7	5,8	9,5	9,9	6,6	4	6,2	5,1
V	53	93	63	27	4	77	87	85	2	87	45	49
№24.												
M	7,8	2	8,8	7,6	1,1	4,7	1,7	2,7	8,5	5,3	9,4	1,3
V	77	4	85	74	59	68	38	4	19	53	84	96
№25.												
M	0,9	0,3	2,5	6,2	2,4	10	9,8	6,3	8,9	0,4	5,4	6
V	82	72	72	100	80	48	62	54	74	22	84	84
№26.												
M	3,4	2,3	7,8	5,5	8,6	0,8	3,5	9,5	9,7	8,3	5,7	2,2
V	53	53	8	36	101	16	50	46	42	10	54	40
№27.												
M	6,7	2,1	4,1	2,6	8,2	9,5	5,9	3,7	1,4	9,6	6,5	7,8
V	60	101	38	88	100	4	5	34	35	14	8	42
№28.												
M	4,4	5,1	1,2	0,9	3,7	4,1	5,6	6,8	0,1	1,1	4,4	8,6
V	6	33	11	68	60	98	7	60	8	66	14	66
№29.												
M	5	7,5	7,6	4,8	1,5	7,5	5,5	5,3	6,4	0,2	0,9	3,8
V	50	76	86	36	58	37	36	90	59	82	54	25
№30.												
M	5,4	8,8	0,4	5,7	7,3	5,5	1,6	0,5	6,8	3,8	9,9	9,8
V	59	72	48	90	60	63	60	32	10	92	48	43
№31.												
M	0,6	0,2	5,5	9,5	3	1,6	9	2,7	4,2	5,9	8,1	2,9
V	24	55	56	82	86	54	17	51	48	39	22	16

Варианты к заданиям лабораторной работы № 3.3

(подгруппа - А)

№1.													
M	9,8	4	0,8	6,9	1,3	3	5	6,3	3,5	3,7	8,1	4,2	
V	38	62	44	90	64	28	30	20	84	2	78	89	
№2.													
M	1,2	4	4,5	0	9,6	0,7	7,9	2,2	8,5	9	2,9	2,5	
V	6	62	28	70	30	74	10	16	84	30	9	72	
№3.													
M	4,2	4,6	6,9	3,4	3,2	6,1	0,6	0,9	7	7	9,2	5,5	
V	60	59	16	73	76	63	31	19	85	9	28	15	
№4.													
M	2,4	3,3	9,9	9,3	4,2	0,9	6,4	9,5	2,3	9	0,3	0,1	
V	18	8	15	27	49	32	70	77	79	15	99	97	
№5.													
M	5,4	9,4	6,8	1,5	2	4	4,2	1,2	8,3	2,5	2,5	2,5	
V	76	24	62	61	85	85	26	90	15	89	53	12	
№6.													
M	2,7	6,5	0,3	6,8	6	8,1	7,7	5,8	6,3	1,2	9,1	5,8	
V	21	85	67	32	5	81	86	72	95	95	9	74	
№7.													
M	8,7	5,3	8,1	6,2	8,2	9	8,8	7,2	7,2	3,2	4,3	8,7	
V	65	12	61	97	69	13	26	7	53	26	78	47	
№8.													
M	6,8	2,2	1,2	9,1	7,7	7,3	1,2	7,1	6,6	1,1	0,4	2,6	
V	19	3	9	66	78	56	54	66	21	63	68	84	
№9.													
M	1,3	4,7	6,9	9,2	1,4	8,3	0,7	8,2	6,2	2,6	7,8	1,9	
V	74	76	88	81	80	66	98	69	69	25	89	12	
№10.													
M	1,3	3,4	5,8	5,1	4,9	1,3	0,3	1,3	4,5	7,6	0,7	5,7	
V	31	38	14	8	64	48	61	60	18	84	77	25	
№11.													
M	2,5	0,4	6,3	4	1	8,6	6,4	0,3	7,6	8,6	6	0,2	
V	77	97	101	32	98	58	97	100	85	89	4	76	
№12.													
M	5,9	4,1	4,2	8,2	4,6	9,3	9,9	6,6	4,7	3,9	6,2	5,5	
V	64	53	15	91	23	35	72	91	81	69	73	67	
№13.													
M	0,5	7,3	4,3	7,4	1,5	3,6	8	5,4	1,8	3,7	7,9	9,6	
V	3	7	101	18	20	66	46	53	84	47	3	83	
№14.													
M	9,7	6,8	6,4	8,6	8,7	5,9	5,2	3,9	9,2	0,1	9,8	5	
V	2	21	100	99	24	62	20	78	39	16	64	11	
№15.													
M	4,9	7,9	9,5	1,4	1	4,5	8,1	2,6	2,9	6	4,7	6,7	
V	70	89	49	45	28	101	84	33	20	42	68	16	

(подгруппа - Б)

№16.													
M	0,4	4,6	7	7,4	4,8	0,6	5,7	9	4,9	4,6	0,3	5,2	
V	76	58	37	51	67	8	46	21	25	37	24	74	
№17.													
M	8,3	5,9	0,3	2,2	4,7	0,9	5,7	7,2	3,9	6,1	2,1	2,1	
V	67	18	10	65	54	46	9	47	17	46	60	61	
№18.													
M	4,5	0,5	0,6	4,9	2,8	7,4	3,4	2,1	6,6	7,8	9,4	4,7	
V	51	49	17	92	81	90	11	79	55	88	97	26	
№19.													
M	5	6,2	3,1	6,5	7,8	0,4	6,5	1	5,7	2,5	3,9	4,1	
V	82	31	42	25	2	11	47	7	28	29	53	94	
№20.													
M	9,5	7,6	5,9	1,4	1,2	8,5	9,4	9,5	6,1	6,7	1,2	8,6	
V	40	72	11	27	31	8	40	22	100	2	16	34	
№21.													
M	5,8	5,6	6,4	8,1	6,1	9,2	8,8	8,8	6,1	2,1	8,1	4,6	
V	49	86	96	8	64	90	10	6	22	54	43	11	
№22.													
M	1,8	9,5	9,1	0,8	0,2	3,2	8,1	3,9	0,6	0,5	9,6	3,8	
V	41	73	92	44	27	19	87	23	59	44	2	88	
№23.													
M	6,8	2,1	1,2	0,5	3,4	6,3	4	5,5	0,7	2,4	9,8	1,1	
V	37	35	25	77	17	56	66	56	95	16	27	43	
№24.													
M	5,4	6	6,9	3,2	8,4	4,1	2,4	4,4	6,7	5,5	4,2	3,7	
V	101	60	14	36	57	90	60	90	82	77	76	60	
№25.													
M	0,2	5,3	4,4	3,6	0,1	1,8	6,6	4,9	2,5	3,3	7,9	6,4	
V	51	65	33	2	60	10	88	92	67	93	10	97	
№26.													
M	8,5	7,7	0,9	6,4	1,5	8	4,6	4,3	9,7	5,5	9	6	
V	3	53	101	100	99	60	50	46	54	88	25	29	
№27.													
M	7,7	8,4	6,6	5	5	8,1	4,2	9,2	7,7	2,8	7,2	8,2	
V	85	32	45	96	29	48	51	69	98	55	18	7	
№28.													
M	8,5	5,5	7,5	0,8	5,3	8,9	2,7	4,3	3,9	0,2	9,5	2,7	
V	94	42	38	53	54	90	36	19	71	8	7	85	
№29.													
M	2,6	2	2,3	1,9	7,1	5,5	8,4	9,5	4,5	3,6	7,3	9,2	
V	53	71	44	17	16	22	9	57	53	50	36	4	
№30.													
M	6,7	6,8	5,5	3,8	9,7	1	1,3	5,1	9,6	5,5	6,6	1,3	
V	16	95	85	82	90	12	5	21	61	38	85	83	
№31.													
M	1,1	8	7,6	8,4	7,4	7,5	6,9	2	5,2	5,5	1,5	0,1	
V	71	6	71	69	92	69	35	57	91	61	51	66	