

Лабораторная работа №4

Тема: «Корреляционный и регрессионный анализ экологических данных в электронных таблицах<sup>1</sup>»

Цель работы – с помощью стандартных функций и встроенных инструментов редактора электронных таблиц Microsoft Excel научиться выполнять корреляционный и регрессионный анализ эмпирических данных, которые могут быть использованы в экологических задачах охраны окружающей среды.

**Общие сведения и понятия  
о корреляционном и регрессионном анализе**

Во многих исследованиях часто изучается несколько признаков в их взаимной связи. Если вести такое исследование по отношению к двум признакам, то можно заметить, что изменчивость одного признака находится в некотором соответствии с изменчивостью другого.

В некоторых случаях такая зависимость проявляется настолько сильно, что при изменении первого признака на определенную величину всегда изменяется и второй признак на определенную величину, поэтому каждому значению первого признака всегда соответствует совершенно определенное, единственное значение второго признака. Такие связи называются **функциональными**.

Функциональные связи встречаются в физических и математических обобщениях. Площадь треугольника точно определяется его высотой и основанием, длина окружности – радиусом, скорость падения является функцией времени падения и ускорения силы тяжести, скорость протекания определенной химической реакции находится в зависимости от температуры.

Необходимо учесть, что в чистом виде функциональные связи встречаются только в идеальных условиях, когда предполагается, что никаких посторонних влияний нет.

На практике это недостижимо. Никогда нельзя точно измерить фактически имеющийся радиус круга, причем вычисленная площадь никогда не равна в точности фактической, вследствие практической невозможно-

---

<sup>1</sup> Лабораторная работа может быть выполнена как с помощью электронных таблиц Microsoft Excel, так и Open или Star Office.

сти начертить точную окружность. Скорость падения реального тела в реальных условиях будет всегда различна при одних и тех же времени и ускорении силы тяжести. На практике всегда действуют посторонние для данной функциональной зависимости факторы, которые нарушают точность этой зависимости в разных случаях по-разному.

Пока такие нарушения остаются настолько незначительными, что их практически можно не учитывать, связь считается функциональной.

При изучении живых объектов — диких видов, культурных растений, домашних животных — приходится иметь дело со связями другого рода. Живой организм развивается в связи с условиями его жизни, под действием бесконечно большого числа факторов, которые по-разному определяют развитие разных признаков.

У живых объектов связь между любыми двумя признаками настолько часто и сильно нарушается и модифицируется, что не всегда даже может быть достаточно просто обнаружена.

У растений и животных связь между признаками обычно проявляется

особым образом. Тут каждому определенному значению первого признака соответствует не одно значение второго признака, а целое распределение этих значений при вполне определенных основных показателях этого частного распределения — средней величины и степени разнообразия. Такая связь называется корреляционной связью или просто **корреляцией**.

Корреляционная связь, например, между весом животных и их длиной выражается в том, что каждому значению длины соответствует определенное распределение веса (а не одно значение веса), такое, что с увеличением

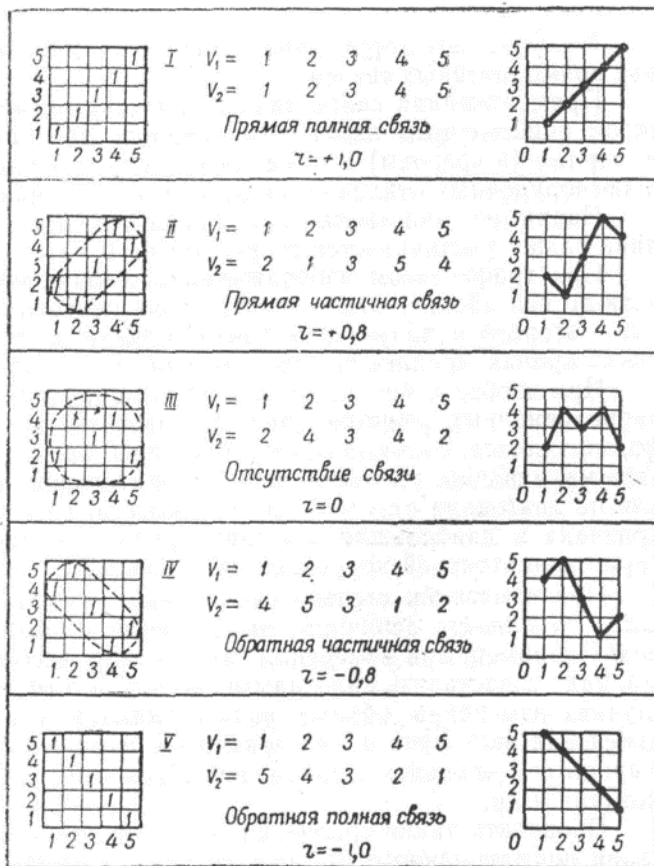


Рис.4.1. Схема корреляционных связей.

длины увеличивается и средний вес животных.

По форме корреляция может быть – прямолинейной и криволинейной.

По направлению – прямой и обратной.

Степень корреляции устанавливает силу связи между количественными и качественными признаками. Она измеряется следующими показателями:

- 1) коэффициентом корреляции  $r$ ;
- 2) корреляционным отношением  $\eta$ ;
- 3) тетракорическим и поликорическим показателями связи;
- 4) частным и множественным коэффициентами корреляции.

Изобразить корреляционную связь двух признаков можно следующими способами (рис.4.1):

1) При помощи корреляционного ряда, состоящего из ряда пар значений признаков.

2) При помощи линии регрессии, абсциссы которой пропорциональны значениям признаков

**Коэффициент корреляции.** Коэффициент корреляции измеряет **степень** и определяет **направление** прямолинейных связей.

**Прямолинейная** связь между признаками, это такая связь, при которой равномерным изменениям первого признака соответствуют равномерные (в среднем) изменения второго признака.

При измерении степени связи между разными признаками используют их нормированные отклонения, а коэффициент корреляции ( $r$ ) имеет следующую простую формулу:

$$r = \frac{\sum_{j=1}^n x_{1j} \cdot x_{2j}}{v},$$

где  $x_1 = \frac{V - M_V}{\sigma_V}$ ,  $x_2 = \frac{Y - M_Y}{\sigma_Y}$  – нормированные отклонения признаков;

$v$  – число степеней свободы  $v = n - 1$ ;  $\sigma_V = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (V_j - M_V)^2}{v}}$ ,  $\sigma_Y = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (Y_j - M_Y)^2}{v}}$ .

Сумма произведений нормированных отклонений, входящая в формулу для коэффициента корреляции, обладает следующими тремя особыми свойствами:

1) Если оба признака изменяются параллельно, то сумма произведений их нормированных отклонений дает положительную величину. Если при увеличении одного признака другой уменьшается, то вся сумма будет отрицательной.

Поэтому коэффициент корреляции определяет направление связи: при **прямых** связях он **положителен**, а при **обратных** – **отрицателен**.

2) При полных связях, когда изменения обоих признаков строго соответствуют друг другу и корреляционная связь превращается в функциональную, сумма произведений нормированных отклонений становится равной числу степеней свободы:  $\sum_{j=1}^n x_{1j} \cdot x_{2j} = \nu = n - 1$ .

Поэтому максимальное значение коэффициента корреляции равно 1:

– для прямых связей: +1

– для обратных связей: -1

3) При полном отсутствии корреляционной связи между признаками коэффициент корреляции равен нулю.

На практике коэффициент корреляции рассчитывают по развернутой формуле:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n [(V_i - M_V) \cdot (Y_i - M_Y)]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (V_i - M_V)^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - M_Y)^2}},$$

где  $M_V$  и  $M_Y$  – среднеарифметические для  $\{V\}$  и  $\{Y\}$ .

**Ошибка коэффициента корреляции.** Как и всякая выборочная величина, коэффициент корреляции имеет свою ошибку репрезентативности, вычисляемую для малых выборок ( $n < 100$ ) по формуле:

$$m_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}},$$

где  $r$  – коэффициент корреляции в выборке;  $n$  – численность выборки, т.е. число пар значений, по которым вычислялся выборочный коэффициент корреляции.

Критерий достоверности коэффициента корреляции, определяемый по формуле:

$$t_r = \frac{r}{m_r} \geq t_{st}$$

оценивается путем сравнения фактически полученного значения  $t_r$  с фиксированными значениями  $t_{st}$  (стандартное значение критерия Стьюдента), соответствующими трем степеням вероятности безошибочных прогнозов. При этом  $\nu = n - 2$ .

Если расчетное  $t_r \geq t_{st}$ , то коэффициент корреляции достоверен, и можно считать, что между исследуемыми признаками существует взаимосвязь.

Если  $t_r < t_{st}$ , то коэффициент корреляции недостоверен, и нельзя сделать вывод о взаимосвязи между признаками или в генеральной совокупности.

**Регрессией** называется изменение функции при определенных изменениях одного или нескольких аргументов.

**Функция** – это признак, зависящий от других признаков – **аргументов**. Зависимость функции от аргументов может быть **физиологической** или **условно принятой** в исследовании.

Примером физиологической зависимости может служить зависимость веса животного (функции) от его возраста (аргумента).

Если по длине определяется вес животного, считается что вес зависит от длины, если необходимо предусмотреть размеры животных разного веса, то принимается, что длина зависит от веса. Это пример условной зависимости.

Вскрыть функцию – это значит найти закономерности по которым изменяется изучаемый признак в зависимости от изменения одного или нескольких признаков. Если изменения функции исследуется в зависимости от одного признака, то регрессия называется **простой**:

$$Y = f(x) \Leftrightarrow x = f(Y)$$

Если изучается зависимость изменения функции – от изменения нескольких признаков, регрессия называется **множественной**.

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Если при одинаковом приращении аргумента, но при разных его значениях (малых, больших или средних) функция имеет неодинаковое приращение, причем среднее изменение не идет по прямой, то регрессия называется **криволинейной**.

Если при любом значении (малом, среднем или большом) аргумента одинаковое изменение его приводит к одинаковому изменению значения функции, то регрессия называется **прямолинейной**.

Регрессию принято отображать в виде:

- регрессионного ряда (эмпирического или теоретического);
- линии регрессии (эмпирического или теоретического);
- коэффициентов регрессии образующих уравнение регрессии.

По виду эмпирической линии регрессии, можно установить на каких участках изменения аргумента, признак (функция) развивалась в лучших или худших условиях.

Процесс получения усредненного течения изменения функции при равномерном увеличении значения аргумента – называется **выравниванием эмпирических рядов**. В биометрических расчетах наибольшее распространение получили следующие способы выравнивания эмпирических данных:

1. **Графический**.

2. **Способ скользящих средних** – используется, если форма функции неизвестна. Состоит в следующем: для каждого значения аргумента берется среднее арифметическое от нескольких средних значений аргумента. Минимальное количество должно быть три значения аргумента.

В случае, когда необходимо сохранить крайние значения используют следующий способ.

3. **Способ взвешенной скользящей средней**. В этом случае с обоих концов ряда добавляется по два значения ряда и производят выравнивание

$$x_{n+2} = \frac{2 \cdot x_n + x_{n-1} - x_{n-3}}{2}$$

4. Выравнивание с помощью **метода наименьших квадратов** (МНК). Этот метод предоставляет наиболее универсальную возможность для выравнивания и определения вида аналитической функции (прямолинейной, обратной, параболической, гиперболической, степенной, логарифмической, экспоненциальной, периодической и комбинации их) приближенно заменяющей табличные данные полученные экспериментальным путем.

МНК предназначен для выбора из совокупности назначенного типа кривых такой, для которой сумма квадратов отклонений эмпирических данных ( $Y_э$ ) от вычисленных ( $Y_p$ ) по найденной зависимости является наименьшей:

$$(Y_{\text{э}} - Y_p)^2 \Rightarrow \min$$

Например, определение неизвестных коэффициентов линейной зависимости вида:

$$Y_p = a + b \cdot V$$

МНК предлагает следующие формулы:

$$b = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n V_i \cdot Y_{\text{э}i} - \sum_{i=1}^n V_i \cdot \sum_{i=1}^n Y_{\text{э}i}}{n \cdot \sum_{i=1}^n V_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n V_i \right)^2} \quad a = \frac{1}{n} \cdot \left( \sum_{i=1}^n Y_{\text{э}i} - b \cdot \sum_{i=1}^n V_i \right),$$

где  $n$  – количество пар дат.

Для функций отличных от линейной их приводят к нормальному виду используя различные математические приемы:

- Логарифмирование (LOG(V), LN(V)) и потенцирование (10^V, EXP(V));
- извлечение корня (КОРЕНЬ(V), V^(1/n)) и возведение в степень (V^n);
- замена функций на обратные им (1/Y);
- агрегирование аргументов и функций;
- разделение аргументов и функций;
- комбинацию перечисленных выше приемов.

### Необходимые стандартные функции Microsoft Excel

Для выполнения биометрических расчетов в этой лабораторной работе наибольший интерес будут представлять следующие новые стандартные статистические и математические функции, которые представлены в таблице ниже.

Функция	Действие	Пример
НАКЛОН(массивУ; массивV)	Вычисляет b для линейной функции	НАКЛОН(A2:E2;A1:E1) → 0,564721
ОТРЕЗОК(массивУ; массивV)	Вычисляет a для линейной функции	ОТРЕЗОК(A2:E2;A1:E1) → 1,15979
КОРРЕЛ(массивV; массивУ)	Вычисляет коэффициент корреляции	КОРРЕЛ(A1:E1;A2:E2) → 0,9872
СТЮДРАСПОБР (вероятность, степень свободы)	Вычисляет стандартное значение критерия Стьюдента	СТЮДРАСПОБР(0,05;20) → 2,086

## Контрольные вопросы

1. Какие типы связей между признаками называют функциональными и корреляционными. Приведите примеры.
2. Как классифицируют корреляцию по форме и направлению. В выполненной лабораторной работе укажите форму и направление найденных связей.
3. С помощью каких показателей измеряют силу и направление связи между количественными или качественными признаками.
4. Перечислите способы, с помощью которых изображают корреляционную связь между двумя признаками.
5. Какие значения принимает коэффициент корреляции для прямых, обратных связей и при полном отсутствии связей между признаками. Чему равно его наибольшее и наименьшее возможное значение.
6. С помощью какого показателя оценивают достоверность коэффициента корреляции. В выполненной лабораторной работе укажите достоверные и недостоверные коэффициенты корреляции.
7. Дайте определение регрессии и функции.
8. В чем разница между физиологической и условно принятой зависимостью функции от аргументов. Приведите примеры.
9. В каких случаях регрессию относят к простой или множественной, прямолинейной или криволинейной.
10. Укажите способы отображения регрессии.
11. Что называют выравниванием эмпирических рядов. Приведите способы выравнивания.
12. МНК его назначение и свойства, использование для функций отличных от прямой. Какие приемы используют для нормализации вида функций.



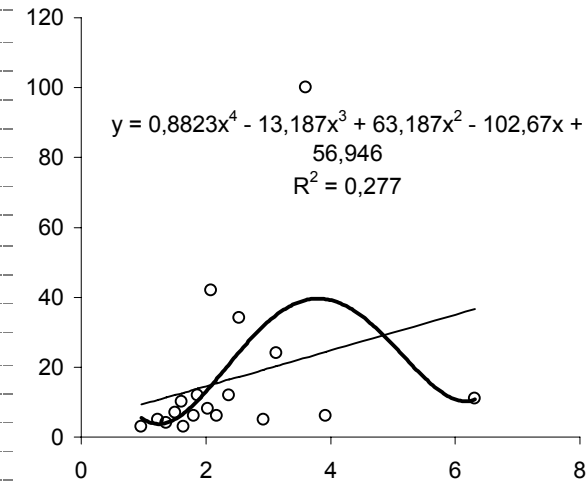
### Задание к лабораторной работе №4

1. На основе выданных значений, которые получены в результате физико-химического анализа проб грунта придорожной полосы на содержание определенных веществ, выполнить регрессионный и корреляционный анализ: найти коэффициенты линейной регрессии, коэффициенты корреляции.
2. Определить достоверности рассчитанных коэффициентов корреляции и сделать выводы.
3. Используя найденные коэффициенты линейной регрессии выполнить выравнивание эмпирических значений.
4. Для наилучшего варианта линейной регрессии построить график эмпирических и выровненных данных.
5. Подобрать и добавить к построенному графику наилучшую линию тренда – одну из предлагаемых типов сглаживающих функций – логарифмическую, степенную, экспоненциальную или полиномиальную. В качестве критерия отбора использовать автоматически рассчитываемый коэффициент корреляции для данной функции. При этом значения (Y) для найденной сглаживающей функции не должны принимать отрицательные (недопустимые) значения.

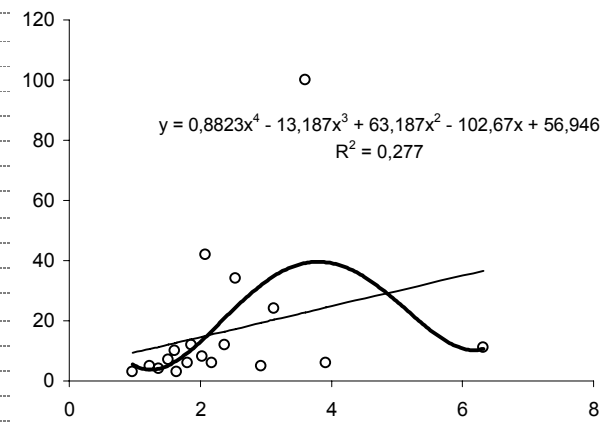
### Порядок выполнения

1. Набрать исходные выданные значения в три пары рядом стоящих столбцов, например, столбцы А и В, D и Е, G и Н. Для последующих расчетов желательно оставить вначале пространство свободных ячеек (см. пример), поэтому исходные данные лучше подготовить в строках, например, ниже 11.
2. С помощью стандартных функций **КОРРЕЛ()**, **СЧЁТ()**, **ОТРЕЗОК()** и **НАКЛОН()** в столбцах С, F, I (для соответствующих данных) рассчитать коэффициенты корреляции, критерии их достоверности, коэффициенты линейной регрессии.
3. Используя стандартные функции **СТЮДРАСПОБР()** и **СЧЁТ()** определить стандартное значение критерия Стьюдента для заданных выборок.
4. Выделить диапазон ячеек наилучшего варианта линейной регрессии, например, G15:I32 (см. пример) и с помощью Мастера диаграмм построить точечную диаграмму.
5. С помощью щелчка правой кнопкой мышки на любой из точек исходных эмпирических данных в появившемся контекстном меню выбрать пункт **Добавить линию тренда**.
6. В появившемся окне диалога, во вкладке Тип выбрать форму сглаживающей функции. Во вкладке **Параметры** установить флажки: **показывать уравнение на диаграмме** и **поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации (R<sup>2</sup>)**.
7. С помощью щелчка правой кнопкой мышки на линии тренда, в последующем можно изменить тип сглаживающей функции.
8. Сохраните в **Личной папке** и распечатайте полученные результаты.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Лабораторная работа №4 по курсу "Биометрия" (пример)													
2	Выполнил ст. гр.ЭП-хх: Мазай И.З.													
3														
4	Расчет											<i>b</i>		
5	$r = 0,659320754$			$r = 0,605163849$			$r = 0,276550006$			0,95				
6	$tr = 4,018540803$			$tr = 2,844257126$			$tr = 1,1510932$			0,999				
7	$a = 8,417913257$			$a = -14,2675143$			$a = 4,28873561$			<i>tst1</i>				
8	$b = 17,00875604$			$b = 16,59630668$			$b = 5,121845489$			2,0796				
9	Вывод: По МНК наилучшее описание (выравнивание) линейной функцией наблюдается											2,8314		
10	в первом случае											3,8193		
11	Задание											<i>tst2</i>		
12	Выравнивание				Выравнивание				Выравнивание				2,1448	
13	Aluminium Silikate Hydrate				Rubidium Iodide				Barium boron oxide (high.temp.)				2,9768	
14	6-0221	Al <sub>2</sub> Si <sub>2</sub> O <sub>5</sub> (OH) <sub>4</sub>		6-0218	Rbl	6-0220		BaO*B <sub>2</sub> O <sub>3</sub>		4,1403				
15	7,18	100	131	4,24	8	56	6,32	11	37	<i>tst3</i>				
16	4,48	80	85	3,67	100	47	3,92	6	24	2,1199				
17	3,58	100	69	2,6	60	29	3,6	100	23	2,9208				
18	2,57	80	52	2,21	4	22	3,13	24	20	4,0149				
19	2,5	80	51	2,12	19	21	2,93	5	19					
20	2,39	80	49	1,84	9	16	2,54	34	17					
21	2,34	90	48	1,68	2	14	2,37	12	16					
22	2,21	10	46	1,64	18	13	2,18	6	15					
23	1,99	40	42	1,5	11	11	2,08	42	15					
24	1,79	40	39	1,3	4	7	2,03	8	15					
25	1,67	50	37	1,22	6	6	1,87	12	14					
26	1,54	10	35	1,16	5	5	1,81	6	14					
27	1,49	100	34	1,11	3	4	1,64	3	13					
28	1,46	30	33	1,02	2	3	1,61	10	13					
29	1,43	20	33	0,98	2	2	1,51	7	12					
30	1,38	10	32	0,89	3	1	1,37	4	11					
31	1,34	10	31				1,23	5	11					
32	1,31	10	31				0,97	3	9					
33	1,29	30	30											
34	1,26	10	30											
35	1,25	5	30											
36	1,24	30	30											
37	1,19	10	29											



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	<b>Лабораторная работа №4 по курсу "Биометрия" (пример)</b>										
2	Выполнил ст. гр.ЭП-хх: Мазай И.З.										
3	Расчет										
4											<i>b</i>
5	$r = \text{=КОРРЕЛ}(A15:A37;B15:B37)$			$r = \text{=КОРРЕЛ}(D15:D30;E15:E30)$			$r = \text{=КОРРЕЛ}(G15:G32;H15:H32)$			0,95	
6	$tr = \text{=C5}/((1-C5^2)/(СЧЁТ(A15:A37)-2))^{0,5}$			$tr = \text{=F5}/((1-F5^2)/(СЧЁТ(D15:D30)-2))^{0,5}$			$tr = \text{=I5}/((1-I5^2)/(СЧЁТ(G15:G32)-2))^{0,5}$			0,99	
7	$a = \text{=ОТРЕЗОК}(B15:B37;A15:A37)$			$a = \text{=ОТРЕЗОК}(E15:E30;D15:D30)$			$a = \text{=ОТРЕЗОК}(H15:H32;G15:G32)$			<i>tst1</i>	
8	$b = \text{=НАКЛОН}(B15:B37;A15:A37)$			$b = \text{=НАКЛОН}(E15:E30;D15:D30)$			$b = \text{=НАКЛОН}(H15:H32;G15:G32)$			=СТЮДРАСПОБР(1-K4;СЧЁТ(A15:A37)-2)	
9	Вывод: По МНК наилучшее описание (выравнивание) линейной функцией наблюдается										
10	в первом случае										
11	Задание										
12	Выравнивание			Выравнивание			Выравнивание			=СТЮДРАСПОБР(1-K4;СЧЁТ(D15:D30)-2)	
13	Aluminium Silikate Hydrate			Rubidium Iodide			Barium boron oxide (high.temp.)			=СТЮДРАСПОБР(1-K5;СЧЁТ(D15:D30)-2)	
14	6-0221	Al2Si2O5(OH)4		6-0218	Rbi	6-0220	BaO*B2O3		=СТЮДРАСПОБР(1-K6;СЧЁТ(D15:D30)-2)		
15	7,18	100	=C\$7+C\$8*A15	4,24	8	=F\$7+F\$8*D15	6,32	11	=I\$7+I\$8*G15	=СТЮДРАСПОБР(1-K4;СЧЁТ(G15:G32)-2)	
16	4,48	80	=C\$7+C\$8*A16	3,67	100	=F\$7+F\$8*D16	3,92	6	=I\$7+I\$8*G16	=СТЮДРАСПОБР(1-K5;СЧЁТ(G15:G32)-2)	
17	3,58	100	=C\$7+C\$8*A17	2,6	60	=F\$7+F\$8*D17	3,6	100	=I\$7+I\$8*G17	=СТЮДРАСПОБР(1-K6;СЧЁТ(G15:G32)-2)	
18	2,57	80	=C\$7+C\$8*A18	2,21	4	=F\$7+F\$8*D18	3,13	24	=I\$7+I\$8*G18	=СТЮДРАСПОБР(1-K6;СЧЁТ(G15:G32)-2)	
19	2,5	80	=C\$7+C\$8*A19	2,12	19	=F\$7+F\$8*D19	2,93	5	=I\$7+I\$8*G19		
20	2,39	80	=C\$7+C\$8*A20	1,84	9	=F\$7+F\$8*D20	2,54	34	=I\$7+I\$8*G20		
21	2,34	90	=C\$7+C\$8*A21	1,68	2	=F\$7+F\$8*D21	2,37	12	=I\$7+I\$8*G21		
22	2,21	10	=C\$7+C\$8*A22	1,64	18	=F\$7+F\$8*D22	2,18	6	=I\$7+I\$8*G22		
23	1,99	40	=C\$7+C\$8*A23	1,5	11	=F\$7+F\$8*D23	2,08	42	=I\$7+I\$8*G23		
24	1,79	40	=C\$7+C\$8*A24	1,3	4	=F\$7+F\$8*D24	2,03	8	=I\$7+I\$8*G24		
25	1,67	50	=C\$7+C\$8*A25	1,22	6	=F\$7+F\$8*D25	1,87	12	=I\$7+I\$8*G25		
26	1,54	10	=C\$7+C\$8*A26	1,16	5	=F\$7+F\$8*D26	1,81	6	=I\$7+I\$8*G26		
27	1,49	100	=C\$7+C\$8*A27	1,11	3	=F\$7+F\$8*D27	1,64	3	=I\$7+I\$8*G27		
28	1,46	30	=C\$7+C\$8*A28	1,02	2	=F\$7+F\$8*D28	1,61	10	=I\$7+I\$8*G28		
29	1,43	20	=C\$7+C\$8*A29	0,98	2	=F\$7+F\$8*D29	1,51	7	=I\$7+I\$8*G29		
30	1,38	10	=C\$7+C\$8*A30	0,89	3	=F\$7+F\$8*D30	1,37	4	=I\$7+I\$8*G30		
31	1,34	10	=C\$7+C\$8*A31				1,23	5	=I\$7+I\$8*G31		
32	1,31	10	=C\$7+C\$8*A32				0,97	3	=I\$7+I\$8*G32		
33	1,29	30	=C\$7+C\$8*A33								
34	1,26	10	=C\$7+C\$8*A34								
35	1,25	5	=C\$7+C\$8*A35								
36	1,24	30	=C\$7+C\$8*A36								
37	1,19	10	=C\$7+C\$8*A37								



ПРИМЕР К ЛАБ4 (БИОМЕТРИЯ)

Варианты к заданиям лабораторной работы №4

(подгруппа - А)

№1.												
V <sub>1</sub>	5,14	8,15	3,81	9,77	4,29	9,36	3,93	4,64	3,02	8,54	9,07	8,34
Y <sub>1</sub>	32	7	9	50	95	100	90	16	99	59	12	36
№2.												
V <sub>2</sub>	7,96	2,37	4,83	3,86	6,89	6,62	5,89	1,48	0,17	1,4	7,22	4,21
Y <sub>2</sub>	54	23	90	79	58	83	67	55	27	26	12	87
№3.												
V <sub>3</sub>	7,46	7,65	1,6	3,31	9,99	1,71	5,59	4,24	1,73	8,55	3,99	8,06
Y <sub>3</sub>	78	35	36	95	68	80	79	30	58	78	18	58
№4.												
V <sub>1</sub>	6,8	4,2	9,9	8,8	7,3	3,3	5,4	2,6	8	7,3	2	0,2
Y <sub>1</sub>	81	13	20	83	69	85	42	21	98	36	70	94
№5.												
V <sub>2</sub>	5,7	2	7,1	4,7	6,2	3,1	8,5	0,5	8,3	7,7	4,6	9,5
Y <sub>2</sub>	57	53	20	81	64	52	34	89	73	16	99	92
№6.												
V <sub>3</sub>	3,3	7,8	7,5	7,6	7,1	1,3	7,2	3,7	0,7	3,8	2,4	7,5
Y <sub>3</sub>	38	85	100	80	30	65	35	78	7	22	86	65
№7.												
V <sub>1</sub>	1,4	8,2	5,8	8,5	7,8	5,5	0,5	4,9	0,7	0,1	7,1	8,6
Y <sub>1</sub>	21	32	73	48	27	93	74	51	11	89	75	69
№8.												
V <sub>2</sub>	1,7	4,1	8,1	3,7	3	5,9	3,8	8,3	2,3	8,7	9	4,2
Y <sub>2</sub>	56	80	92	94	98	92	51	98	100	18	27	71
№9.												
V <sub>3</sub>	2	7,2	7,6	2,8	3,9	9,4	1	0,5	8,4	6,5	6,1	8,2
Y <sub>3</sub>	30	59	36	11	38	46	101	67	25	57	43	71
№10.												
V <sub>1</sub>	7,8	8,9	5,2	6,2	1,5	9,3	2,8	4,9	7,6	0,2	0,3	7,7
Y <sub>1</sub>	22	57	48	90	33	99	49	19	80	22	48	2
№11.												
V <sub>2</sub>	6,2	2	0,8	2,8	2,6	9,5	9	0,1	1,2	4,4	5,6	5,8
Y <sub>2</sub>	10	63	85	95	50	77	38	90	83	38	26	30
№12.												
V <sub>3</sub>	7,7	0,1	3,2	8,5	0,6	5,7	7,1	0,8	6,7	1,1	7,3	5
Y <sub>3</sub>	60	83	31	93	79	32	70	65	30	14	7	21
№13.												
V <sub>1</sub>	6,5	6,6	7	2,3	6	9,2	4,6	4,2	0,5	8,8	9,4	4
Y <sub>1</sub>	63	96	23	95	89	25	11	98	19	85	48	76
№14.												
V <sub>2</sub>	4,6	9,6	0,4	9,7	9,5	9,8	5,1	7	4	0,1	6,5	7,6
Y <sub>2</sub>	58	63	79	46	98	9	93	24	100	16	23	45
№15.												
V <sub>3</sub>	7,6	5,8	1,7	2,3	4,7	5,2	4,4	0,9	8,7	1,9	4,2	4,9
Y <sub>3</sub>	30	29	100	87	43	28	17	72	84	72	18	69

№6.												
V <sub>1</sub>	6,7	1,1	7,1	4,7	8,2	5,1	2,6	2,8	9,8	1,9	1	7
Y <sub>1</sub>	56	25	2	50	73	52	94	76	82	26	10	20
V <sub>2</sub>	9,9	9,2	5,5	9,2	4,7	3,8	1,1	7,6	8,9	8,6	8,9	9,5
Y <sub>2</sub>	42	95	98	54	14	86	46	19	24	65	46	78
V <sub>3</sub>	4,1	1,9	0,9	0,9	6,4	3,6	3,2	6,7	6,5	7,1	6,6	5,8
Y <sub>3</sub>	21	57	75	37	96	39	64	54	91	19	26	6
№7.												
V <sub>1</sub>	9	8,8	1,3	6,7	1,9	3,3	4,1	0,2	8,6	0,8	2,2	2,2
Y <sub>1</sub>	73	13	61	55	23	53	83	16	29	96	10	48
V <sub>2</sub>	6,6	7,7	3,1	3,6	6,2	5,4	7,2	7,3	6,3	0,4	5,5	0,8
Y <sub>2</sub>	11	57	10	51	86	74	2	65	42	14	19	29
V <sub>3</sub>	6,8	1,1	8,8	2,3	2,8	9,4	7,5	3,3	8,1	3,8	4,9	4,4
Y <sub>3</sub>	57	67	45	54	61	75	14	21	7	79	44	88
№8.												
V <sub>1</sub>	1,1	6,6	7,1	1	5,9	1	7,5	7,1	4,9	3,8	4,2	1
Y <sub>1</sub>	8	64	21	35	99	62	31	25	82	2	82	91
V <sub>2</sub>	8,5	7,9	9,7	8,6	9,8	4,4	7,8	2,9	4,7	8,6	6,7	7,7
Y <sub>2</sub>	53	70	41	11	55	62	80	65	93	74	9	70
V <sub>3</sub>	6,6	6,9	3,2	7,9	0,6	1,2	0,4	7,8	9	1,5	9,6	8,4
Y <sub>3</sub>	39	82	33	17	21	20	23	33	40	73	99	81
№9.												
V <sub>1</sub>	0,5	1,1	9,4	5,9	1,1	4,8	3,7	2,1	0	7,5	4,5	9,3
Y <sub>1</sub>	24	23	7	14	17	38	88	16	28	90	58	55
V <sub>2</sub>	2,1	5	1,3	9,4	1,8	6,1	2,9	5,5	2,3	9,1	1,7	9,8
Y <sub>2</sub>	18	50	34	50	87	49	34	22	20	66	54	6
V <sub>3</sub>	9,2	0	6,7	1,3	6	6,4	4,1	3,8	7,4	5,3	9,5	9,8
Y <sub>3</sub>	31	64	71	89	7	65	78	50	71	70	35	56
№10.												
V <sub>1</sub>	5,5	8,7	4	0,3	0,2	8,7	4,7	6,4	2,1	5,8	6,6	9,8
Y <sub>1</sub>	59	17	80	50	37	4	37	94	53	33	16	10
V <sub>2</sub>	2,7	5,4	4,1	9,4	2	0,9	1,8	1,4	0,3	9,8	0,2	6,3
Y <sub>2</sub>	19	9	29	95	60	98	88	93	17	63	95	4
V <sub>3</sub>	9	0,2	7,1	8,5	1,4	0,7	4	0,2	9,1	5,1	8	9,7
Y <sub>3</sub>	43	62	85	47	70	4	90	100	70	100	73	40

№11.												
V <sub>1</sub>	9,4	2,4	5,4	0,2	6,8	7,2	8,2	2,3	4,3	2,3	5	1,4
Y <sub>1</sub>	52	91	43	5	49	5	47	37	74	15	34	12
V <sub>2</sub>	4,3	0,1	2	8,2	5,7	1,5	6,4	6,9	5,4	1,9	3,9	3,6
Y <sub>2</sub>	94	72	21	99	93	51	16	52	78	21	91	69
V <sub>3</sub>	3,6	6,8	7,5	2,6	4,3	2,9	4,2	2,3	4,7	3,6	9	9,7
Y <sub>3</sub>	88	42	63	53	100	39	77	94	24	101	35	62
№12.												
V <sub>1</sub>	8,8	8,3	9,9	5	4,6	8,3	9,2	5,2	4,2	6	5	6,8
Y <sub>1</sub>	91	32	86	22	46	81	23	22	53	38	87	13
V <sub>2</sub>	3,1	6,6	0,5	3,3	1,1	9,6	1,7	3,7	6,5	7,5	1,4	0,3
Y <sub>2</sub>	23	46	40	82	48	25	28	87	20	74	27	89
V <sub>3</sub>	6,3	7,9	5,3	3,6	1,3	6	4,2	8,9	7,6	9,1	2,4	3,6
Y <sub>3</sub>	54	2	66	42	45	10	34	49	8	50	90	70
№13.												
V <sub>1</sub>	9,5	0,6	8,9	4,5	0,3	6,6	0,7	6,3	4,2	7,7	6,7	10
Y <sub>1</sub>	70	39	47	15	23	78	98	73	52	94	12	35
V <sub>2</sub>	6,9	6	1,1	1,6	6,1	3,3	3,2	9	8	7,2	7,8	7,2
Y <sub>2</sub>	94	43	91	3	10	89	43	69	31	52	88	80
V <sub>3</sub>	0,7	3,6	3	0,7	5,5	6,2	5	7,5	2	8,9	5	5,5
Y <sub>3</sub>	13	5	74	76	57	97	21	41	82	40	72	81
№14.												
V <sub>1</sub>	3,1	9,1	1,3	1,9	6,1	8,6	1	3,2	4	9,6	4,8	5
Y <sub>1</sub>	53	58	87	54	24	92	35	55	42	37	42	89
V <sub>2</sub>	4,8	1,6	0	9,8	7,9	3,7	6,3	9,4	0,1	7,2	5	0,7
Y <sub>2</sub>	27	54	77	31	74	48	91	99	17	64	65	96
V <sub>3</sub>	9,3	2,1	1,5	7,6	2,2	5,3	4,5	5,1	6,7	4,8	0,9	8,7
Y <sub>3</sub>	71	64	41	18	7	32	92	87	16	37	75	71
№15.												
V <sub>1</sub>	2,8	9,6	1,3	6,2	0,4	0,9	2,5	6,6	1,1	5,2	4,4	7,5
Y <sub>1</sub>	78	14	49	3	82	38	50	21	21	26	70	81
V <sub>2</sub>	1,5	8,6	9,7	2,8	2,7	8,6	6,7	5,2	3,9	7,2	5,8	6
Y <sub>2</sub>	99	78	5	87	49	74	43	7	69	42	81	34
V <sub>3</sub>	0,8	5	4,7	5,2	8,4	0,8	6,9	0,1	0,5	8,1	4,3	6,5
Y <sub>3</sub>	99	90	79	7	87	24	28	64	43	33	11	4

## (подгруппа - Б)

№16.													
V <sub>1</sub>	5,9	3,3	8,2	2,1	3,5	1,7	3,6	9,3	7,4	10	0,3	3,3	
Y <sub>1</sub>	59	41	12	68	29	91	42	94	54	21	77	33	
V <sub>2</sub>	7,4	7,5	1,6	1,9	2,5	8,9	5,4	8,5	8,2	1,5	6,2	5,3	
Y <sub>2</sub>	36	16	73	93	57	19	88	63	56	37	43	33	
V <sub>3</sub>	4,9	5,9	0,3	4,3	8,8	8,4	3,9	5,1	9,4	6,1	6,1	1,8	
Y <sub>3</sub>	94	89	74	48	50	78	14	76	62	5	54	43	
№17.													
V <sub>1</sub>	3,7	9,6	6,8	4,2	6,7	4,7	8,2	3,5	4,6	1,3	0,2	4,7	
Y <sub>1</sub>	87	86	62	40	9	49	83	81	13	90	30	8	
V <sub>2</sub>	4,8	3,7	6,7	9,3	2,6	6,3	8	5	1,9	8,7	4,7	1,1	
Y <sub>2</sub>	48	48	20	36	8	78	58	48	95	52	45	10	
V <sub>3</sub>	0,6	7,8	6,2	6,8	9,3	8,4	4,3	9,7	9,7	6	6,2	8,7	
Y <sub>3</sub>	78	54	73	51	45	18	99	18	57	9	100	16	
№18.													
V <sub>1</sub>	1,8	7,4	6,7	0	6,4	9,3	6,2	7,9	6,2	8,9	0,8	6,1	
Y <sub>1</sub>	3	85	92	45	64	90	58	73	92	79	80	95	
V <sub>2</sub>	1,1	0,5	6,9	7,6	0	0	2,1	0,4	0,3	2,7	4,7	8,5	
Y <sub>2</sub>	42	41	78	33	5	58	78	73	29	41	89	95	
V <sub>3</sub>	0,9	1,6	8,6	9,6	1,9	3,7	1,8	2,9	3,3	0,4	0,4	1,2	
Y <sub>3</sub>	21	97	99	37	25	7	60	37	87	73	15	47	
№19.													
V <sub>1</sub>	6,9	0,8	5,5	9,8	9,2	7,8	9,4	7,1	6,1	0,5	8,4	4,8	
Y <sub>1</sub>	42	90	63	73	20	101	81	28	29	83	22	37	
V <sub>2</sub>	1,9	4,9	0,2	2	1,7	9,6	2,7	0,8	9,6	7,7	2,6	2,6	
Y <sub>2</sub>	59	95	32	70	89	50	44	3	49	96	50	73	
V <sub>3</sub>	7,9	6,8	2,6	0,9	1,2	7,2	4,7	3,2	7,1	3,8	5,6	5,9	
Y <sub>3</sub>	3	50	42	72	19	95	72	69	11	18	40	3	
№20.													
V <sub>1</sub>	8	1	8,2	3,8	6,5	0,9	8,1	4,7	2	1,7	6,4	5,5	
Y <sub>1</sub>	47	2	73	71	29	55	37	29	35	96	55	34	
V <sub>2</sub>	6,1	9,5	6,4	8,2	2,4	4,8	2,7	6,6	8,5	2,4	6	9,3	
Y <sub>2</sub>	49	37	76	67	33	74	53	91	88	83	69	80	
V <sub>3</sub>	3,5	4,9	0,9	6,5	8,5	8,9	7,8	10	5,4	3	1,6	8,2	
Y <sub>3</sub>	73	14	44	37	29	49	20	36	48	82	101	78	

№21.												
V <sub>1</sub>	5,7	7,4	2,2	6,7	4,7	0,5	5,1	3,9	4,4	8,5	8,6	8,5
Y <sub>1</sub>	34	15	66	8	77	98	35	55	74	36	50	87
V <sub>2</sub>	2,3	5,2	7,9	9,3	1,7	6,8	1,3	5,3	0,3	3,5	1,1	2,4
Y <sub>2</sub>	31	93	35	72	92	75	28	77	43	10	78	47
V <sub>3</sub>	3,6	2,4	6	1,7	0,3	3,5	7,6	2,8	1,3	9,9	2,9	7,7
Y <sub>3</sub>	59	60	28	72	93	64	27	40	21	94	4	50
№22.												
V <sub>1</sub>	9,4	8,3	5	6,5	7,2	9,3	9	6,9	7,1	8,2	6,4	8
Y <sub>1</sub>	91	50	32	38	22	37	53	50	8	49	70	40
V <sub>2</sub>	7	0,2	3,8	3	7,1	3,1	9,5	1,5	6,3	4,1	5,9	2,9
Y <sub>2</sub>	59	62	38	2	35	64	27	88	17	2	68	100
V <sub>3</sub>	9,1	7,5	9,3	4,2	4,9	3,8	7,5	1,3	9,3	5	3,8	2,7
Y <sub>3</sub>	20	21	90	27	37	41	8	86	44	15	3	24
№23.												
V <sub>1</sub>	6,6	1	9,7	2,1	6,8	6	1,4	1,3	4	1,2	4	9,4
Y <sub>1</sub>	72	58	100	69	63	69	29	60	89	96	33	65
V <sub>2</sub>	6,2	6,2	6,4	9,2	4,3	6,3	3,7	1,5	8,6	3,9	2,2	7,5
Y <sub>2</sub>	99	27	2	6	62	82	58	38	60	84	58	29
V <sub>3</sub>	0,5	6,2	3,6	2,7	5,5	2,5	4,3	9,5	5,4	8,8	0,2	7,4
Y <sub>3</sub>	65	86	84	62	94	39	53	94	21	14	97	15
№24.												
V <sub>1</sub>	9,5	3,1	0,4	2	6,4	9,7	9	1,1	1,5	5,8	3,6	3
Y <sub>1</sub>	63	37	49	14	2	67	80	24	58	39	8	83
V <sub>2</sub>	2,7	6	4,2	9,1	2,7	7,4	8	8,4	9,3	3,6	9,5	9,7
Y <sub>2</sub>	27	97	101	39	31	90	31	100	43	65	75	7
V <sub>3</sub>	7,4	3,7	7,8	0,4	6,9	4,1	6	4,5	3,1	9,1	1,3	6,5
Y <sub>3</sub>	59	17	65	6	27	4	96	3	100	18	13	68
№25.												
V <sub>1</sub>	6,5	3,2	1,2	7	1,8	8,6	8	3,3	4,4	8,7	3,2	0,3
Y <sub>1</sub>	73	43	28	62	16	93	49	43	24	31	85	45
V <sub>2</sub>	9,3	6,6	5,8	2,7	3,1	5,1	9,2	2,1	3,6	0,8	8,7	8,5
Y <sub>2</sub>	56	22	3	18	60	64	19	6	23	65	20	82
V <sub>3</sub>	5,5	7,3	2,6	3,7	3,7	3,2	8,3	1,9	0,7	9,3	2,8	5
Y <sub>3</sub>	68	34	24	63	94	4	29	7	14	3	23	87



№26.												
V <sub>1</sub>	10	5,3	8,2	0,1	3	7,9	4,1	4,8	3,1	7,5	7,1	6,4
Y <sub>1</sub>	83	69	39	83	24	25	26	23	53	81	7	64
V <sub>2</sub>	8,1	7,1	4	6,9	9,9	7,8	3,7	1,2	2,1	1,9	7,8	5,5
Y <sub>2</sub>	20	65	57	87	26	57	81	31	19	65	40	97
V <sub>3</sub>	5,7	8,7	0,8	2,3	8,7	3,4	9,3	2,8	8,2	7,7	6,6	5,6
Y <sub>3</sub>	38	84	64	2	82	45	15	58	66	51	73	28
№27.												
V <sub>1</sub>	7,6	0,8	4,6	2,1	4,8	0,2	0,3	1,4	7,5	6,1	7,2	9,5
Y <sub>1</sub>	57	22	33	34	58	57	18	38	10	86	101	12
V <sub>2</sub>	0,7	4,9	5,8	2,8	5,7	5,8	6,4	8	1,7	4	8	2,6
Y <sub>2</sub>	50	79	77	43	14	78	78	7	47	3	101	95
V <sub>3</sub>	5,8	1,6	6,4	0,5	9,4	6,8	6,9	2,1	3	8,3	5,9	0,1
Y <sub>3</sub>	45	64	26	47	3	46	28	49	30	53	86	37
№28.												
V <sub>1</sub>	2,9	2	2,4	7,2	6	7,6	6,1	9,1	5,3	2,6	5,4	0,8
Y <sub>1</sub>	76	88	97	55	93	74	90	9	97	37	63	43
V <sub>2</sub>	3,7	5,8	9	8,2	5,2	4,6	5,9	9,7	1,3	8,8	1,2	1,3
Y <sub>2</sub>	88	21	32	40	33	54	74	52	81	44	36	29
V <sub>3</sub>	1,8	3,8	7,7	1,9	1,3	1,8	1,8	3,3	3,5	8,8	9,8	0,2
Y <sub>3</sub>	2	35	50	64	95	72	48	31	5	67	46	34
№29.												
V <sub>1</sub>	8,8	1,1	1,8	0,2	5,9	1,9	5,5	8,6	7,6	6,3	4,9	7,9
Y <sub>1</sub>	87	79	5	56	99	3	87	73	80	34	58	77
V <sub>2</sub>	5,3	6,8	3,9	4,4	1,9	3,8	3,7	9,1	7,6	6,9	3,4	0,3
Y <sub>2</sub>	47	33	49	4	51	47	49	70	81	10	68	23
V <sub>3</sub>	4,2	2	2,5	2,7	4,9	2,7	8,6	6,8	6,2	6,5	4	8,3
Y <sub>3</sub>	54	40	9	7	4	8	64	38	84	67	53	7
№30.												
V <sub>1</sub>	3,1	2	8,7	1,5	9,7	6,3	7,9	1,8	8,2	1,7	2	2
Y <sub>1</sub>	11	23	49	86	41	80	6	7	61	77	64	21
V <sub>2</sub>	8,2	0,2	6,4	8,2	7,3	7,4	3,7	7,8	5,6	6,3	7	0,3
Y <sub>2</sub>	4	94	93	27	73	10	12	20	28	13	15	66
V <sub>3</sub>	1,7	9,6	2,2	5,1	4,3	3,5	1,2	6,8	1,3	2,9	5,1	8,1
Y <sub>3</sub>	93	96	96	61	55	92	13	63	48	58	45	13