

від роботи з ПК може ряд простих мір і, у першу чергу, дотримання режиму праці і відпочинку. Варто обмежувати час безупинної роботи за монітором, а головне, під час роботи робити достатньо частий відпочинок. Найпростішим відпочинком є такі прийоми:

- переведення погляду з екрана монітора на якийсь сторонній предмет;
- просто закривати очі на 1-2 хвилини;
- подивитися на близько розташований предмет, а потім перевести погляд на віддалений предмет. Потім закрити очі і не відчиняти їх поряд 30 сек. Потім поморгати очима декілька разів. Таку вправу треба повторити 5-6 разів.

Відпочинок потрібний і по інших причинах. Статична поза призводить до напруги м'язів спини та шиї. Тому періодично (хоча б кожні 40-45 хвилин) треба вставати з робочого місця і трохи походити (хоча б 10-15 хвилин, комп'ютер виключати при цьому не потрібно!). Робота за монітором протягом 2-4 годин у день при дотриманні розглянутих вище рекомендацій для більшості дорослих людей вважається абсолютно безпечною. Вважається, що 8 годин є гранично припустимою нормою для дорослої здорової людини за умови систематичних перерв у роботі. У будь-якому випадку, при настанні втоми, різі в очах, головного болю, варто перервати роботу і відпочити.

#### Контрольні питання

1. Перерахуйте основні вимоги, що пропонуються до розташування працюючого та устроїв, що входять до складу ПК, при виконанні лабораторних робіт.
2. Які негативні впливи може чинити ПК на здоров'я працюючого з ним людини.
3. Назвіть існуючі норми безпеки моніторів. Які параметри випромінювань вони регламентують.
4. Наведіть приклади вправ для зняття втоми очей, болю у спині та кистях рук при тривалій роботі з ПК.

#### Лабораторна робота №1

Тема: «Дослідження простих функціональних залежностей в екології засобами Mathcad»

Мета роботи - познайомитись з основними прийомами створення, редагування формул, графіків та тексту в додатку Mathcad для побудови та аналізу простих функціональних залежностей, що використовуються в екологічних прогнозах.

#### Огляд можливостей Mathcad

Mathcad - на сьогоднішній момент є найбільш потужним та інтуїтивно зрозумілим інструментом проведення технічних обчислень, який об'єднує універсальні і багаті можливості мов програмування з простотою в спілкуванні, що притаманна електронним таблицям. Одна з найбільш надзвичайних особливостей Mathcad - можливість об'єднувати в одному документі обчислення, коментарі, графіки, що їх пояснюють та ілюструють. Завдяки цьому розв'язання екологічних задач, а особливо виконання модельних експериментів стає більш наочним і зручним. Ця можливість особливо корисна тому, що Mathcad дозволяє подавати математичні вирази в звичному записі і не доводиться вивчати новий синтаксис.

Mathcad дозволяє робити наступне:

#### 1. Операції з дробами.

1.1. чисельні

$$\frac{1}{13} + \frac{1}{10} - \frac{1}{11} = 0.086$$

1.2. символічні

$$\frac{1}{13} + \frac{1}{10} - \frac{1}{11} = \frac{123}{1430}$$

#### 2. Чисельні та символічні обчислення значень функцій.

$$\ln(2) = 0.693, \quad \sqrt{2} = 1.414$$

від комплексного аргументу:

$$|1+2 \cdot i| = 2.236, \quad |1+2 \cdot i| \rightarrow \sqrt{5}$$

#### 3. Розв'язання рівнянь, систем рівнянь і нерівностей.

3.1. квадратне рівняння  $x^2 + a \cdot x + b = 0$  дає в результаті

$$\left[ \begin{array}{c} \frac{-1}{2} \cdot a + \frac{1}{2} \sqrt{a^2 - 4 \cdot b} \\ \frac{-1}{2} \cdot a - \frac{1}{2} \sqrt{a^2 - 4 \cdot b} \end{array} \right]$$

3.2. система лінійних рівнянь:

$$2 \cdot x_1 - x_2 + x_3 = 8$$

$$4 \cdot x_1 + x_2 + 2 \cdot x_3 = 5$$

$$2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 - 4 \cdot x_3 = -9$$

$$A := \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -4 \end{bmatrix} \quad b := \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ -9 \end{bmatrix}$$

$$x := A^{-1} \cdot b \quad x = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

рішення

3.3. нерівності:

$$x^2 - x < 2, \quad \text{рішення: } (-1 < x) \cdot (x < 2),$$

де  $x$  належить відкритому діапазону від  $-1$  до  $2$

3.4. чисельне знаходження коренів:

$$x := -3, -2, 9, 3 \quad g(x) := x^3 - 3 \cdot x + 1$$

$$x := 0 \quad \text{root}(g(x), x) = 0.347$$

$$x := -2 \quad \text{root}(g(x), x) = -1.879$$

$$x := 2 \quad \text{root}(g(x), x) = 1.532$$

4. Операції з поліномами та раціональними нерівностями.

4.1. множення поліномів:

$$(x^2 + 5 \cdot x - 3) \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 \right) = \frac{1}{3} \cdot x^5 - \frac{4}{3} \cdot x^4 - 16 \cdot x^3 + 9 \cdot x^2$$

4.2. розкладання поліномів на множники:

$$x^3 - x^2 - 2 \cdot x + 2 = (x - 1) \cdot (x^2 - 2)$$

4.3. скорочення дробі:

$$\frac{x^3 - y^3}{y - x} = -x^2 - x \cdot y - y^2$$

5. Диференціювання.

5.1. символічне:

$$(3 \cdot x^3 - 5 \cdot x^4 + a^2)^5 + x \cdot \text{atan}(x + a)$$

після диференціювання

$$\frac{-5}{(3 \cdot x^3 - 5 \cdot x^4 + a^2)^4} \cdot (9 \cdot x^2 - 20 \cdot x^3) + \text{atan}(x + a) + \frac{x}{[1 + (x + a^2)]}$$

5.2. обчислення похідної в заданій точці:

$$x := 2$$

$$y := 1$$

$$\frac{d}{dx} \exp\left(-\frac{x^2}{2} + y\right) = -0.736$$

$$\frac{d}{dy} \exp\left(-\frac{x^2}{2} + y\right) = -0.368$$

5.3. обчислення таблиці значень функцій та її похідних:

$$f(x) := 2 \cdot x^2 + x - 3$$

$$g(x) := \frac{d}{dx} f(x)$$

$$h(x) := \frac{d^2}{dx^2} f(x)$$

$$y := -1, 0, 3$$

f(x)
-2
-3
0
7
18

g(x)
-2
-3
0
7
18

h(x)
-2
-3
0
7
18

6. Інтегрування.

6.1. неозначених інтегралів:  $x^2 \cdot \ln(x)$  рішення:  $\frac{1}{3} \cdot x^3 \cdot \ln(x) - \frac{1}{9} \cdot x^3$

6.2. визначених інтегралів:  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan(x) \cdot dx = 0.347$

6.3. визначених інтегралів із змінною верхньою межею:

$$\int_0^x \sin(y)^2 \cdot dy \quad \text{Результат: } \frac{-1}{2} \cdot \sin(x) \cdot \cos(x) + \frac{1}{2} \cdot x$$

6.4. інтегралів, що залежать від параметра ( $\phi$ ):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(\phi \cdot t) \cdot dt \quad \text{Результат: } \frac{-\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \phi \cdot \pi\right)}{\phi} + \frac{1}{\phi}$$

6.5. невластних інтегралів першого та другого роду:

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{(a \cdot x)^2} \cdot dx \quad \text{Результат: } \frac{1}{a^2} \quad \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot dx \quad \text{Результат: } 2$$

6.6. комплексних криволінійних інтегралів, інтегралів по контуру:

$$x(t) := \cos(t) \quad y(t) := \sin(t) \quad z(t) := x(t) + i \cdot y(t)$$

$$f(z) := \frac{z+1}{z^2}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(z(t)) \cdot \frac{d}{dt} z(t) \cdot dt = 2 + 3.142 \cdot i$$

6.7. кратних інтегралів:

$$z(x, y) := \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\int_0^1 \int_0^1 z(x, y) dx dy = 0.383$$

### 7. Обчислення сум і добутків для рядів даних (наприклад, Фур'є-аналіз).

Mathcad дозволяє робити як символічні, так і чисельні розрахунки із сумами та добутками.

### 8. Розкладання функцій у ряди Тейлора, Маклорена, Лорана.

Розкладання в ряд застосовується в тих випадках, коли через складність вихідної задачі намагаються одержати наближене рішення. Довжина ряду, у який розкладається функція, задається користувачем.

### 9. Виконання операцій лінійної алгебри та векторного числення.

Mathcad дозволяє обчислювати як символічно, так і чисельно характеристичні багаточлени, власні значення і власні вектори.

### 10. Виконувати статистичний аналіз.

Обчислювати лінійні регресії, статистичні розподіли і будувати гістограми, які використовують в статистичному аналізі. У розпорядженні користувача знаходяться чисельні функції для обчислення дискретних і безперервних розподілів, статистичних параметрів і статистичних контрольних функцій, умовані генератори випадкових чисел для усіх часто використовуваних розподілів.

### 11. Здійснювати інтерполяцію та апроксимацію.

Mathcad надає можливість лінійної та сплайн-інтерполяції, поводження яких у крайових точках можна регулювати через опції. Для апроксимації можна використовувати різноманітні лінеаризовані наближення.

### 12. Будувати двох- та трьох-мірні графіки: у декартових і полярних координатах.

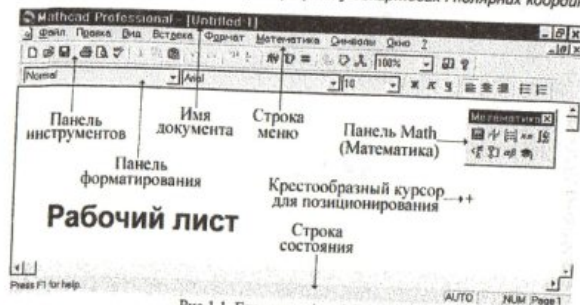


Рис. 1.1. Елементи вікна Mathcad

### Запуск Mathcad

Для запуску програми необхідно вибрати команду **Пуск** → **Программы** → **MathSoft Apps** → **Mathcad 2000 Русская редакция**.

У верхній частині вікна Mathcad, яке з'явилося на екрані, є рядок заголовка, що містить назву відкритого документа, рядок меню та рядок кнопок на панелях інструментів (рис.1.1). У вікні Mathcad знаходиться також панель **Math (Математика)**.

Після запуску Mathcad дає ім'я документу, що редагується, як **Untitled:1**. Тому необхідно привласнити йому ім'я, яке б вказувало на його зміст. Для цього використовуйте команду **Файл** → **Сохранить**.

### Основні дії, які виконують за допомогою панелі Математика

Кнопка інструментів **Калькулятор** - містить кнопки для завдання арифметичних операцій, а також часто використовуваних функцій (логарифма, факторіала та ін.) Кнопка з піктограмою призначена для запровадження оператора локального присвоєння, що задає певне значення для змінної або функції.

Кнопка інструментів **Булева** - містить кнопки для введення операторів порівняння (більше, менше та ін.) і кнопки введення логічних операторів (I, ABO, HE).

Кнопка інструментів **Вычисление** - містить кнопки введення операторів локального та глобального присвоєння значень змінних та функцій, кнопку зі стрілкою для символічного обчислення виразів і чотири кнопки, для визначення операторів.

Кнопка інструментів **Графики**. Ця панель містить інструменти для побудови графіків.

Кнопка інструментів **Матрицы** - призначена для введення векторів і матриць, а також для обчислень, що пов'язані з матрицями.

Кнопка інструментів **Исчисление** - дозволяють, крім диференціювання та інтегрування, визначати суми і добутки, обчислювати межі. Тут же знаходиться кнопка символу безкрайості.

Кнопка інструментів **Греческий алфавит** - для введення грецьких букв. Грецькі букви можна ввести, використовуючи комбінації клавіш, наприклад: для  $\alpha$  - [a] [Ctrl+G], для  $\beta$  - [b] [Ctrl+G].



- Кнопка інструментів **Программирование** - дозволяє вбудовувати в документ власні функції, що написані на Паскалі або С.
- Кнопка інструментів **Символы** - призначені для виконання символічних розрахунків.

### Основні прийоми роботи в Mathcad

Таблиця 1.1

Щоб отримати символ	Призначення символу або дії	Натиснути «клавіша»
$:=$	Привласнити значення	$\leftrightarrow$
$\bullet$	Множення	$\leftrightarrow$
$\dots$	Діапазон зміни мінливої	$\leftrightarrow$
$\frac{1}{3}$	Розподіл (створення дробу)	$\leftrightarrow$
$\sqrt{\quad}$	Корінь квадратний	$\leftrightarrow$
$\sqrt[x]{\quad}$	Корінь	$\langle \text{Ctrl} \rangle$
$x^y$	Ступінь	$\langle \rangle$
$x_y$	Нижній індекс	$\langle \rangle$
$n!$	Факторіал	$\langle \rangle$
$(\alpha, \beta, \dots, \pi, \dots)$	Грецький алфавіт	$\langle \text{символ} \rangle$
$\rightarrow$	Символічний знак рівності	$\langle \text{Ctrl} \rangle + \rightarrow$
$=$	Знак дорівнює в рівняннях	$\langle \text{Ctrl} \rangle + =$
$\infty$	Знак безкрайності	$\langle \text{Ctrl} \rangle + \text{Shift} + \infty$
$\frac{d}{dx}$	Похідна	$\langle \text{Shift} \rangle + /$
$\frac{d^n}{dx^n}$	Похідна n-го порядку	$\langle \text{Ctrl} \rangle + \text{Shift} + /$
$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$	Створити матрицю або вектор	$\langle \text{Ctrl} \rangle + \text{M}$
Збільшення «сліду» курсору ВР		$\langle \text{пробіл} \rangle$
Взяти в скобки фрагмент формули		$\langle \rangle$
Декартові графіки (X-Y)		$\langle \text{Shift} \rangle + 2$
Графік поверхні (X-Y-Z)		$\langle \text{Ctrl} \rangle + 2$
Задати декілька функцій для графіка		$\langle \rangle$
Видалити строку		$\langle \text{Delete} \rangle$
Вставити рядок		$\langle \text{Enter} \rangle$ або $\langle \text{Ctrl} \rangle + \text{F9}$
Видалення символів, коли «слід» ВР спрямований вліво або вправо		$\langle \text{Delete} \rangle$ або $\langle \text{Backspace} \rangle$

формули подані шрифтом Times New Roman.

1. у Mathcad документі курсор введення символів і клавіатури має вигляд **ЧЕРВОНОГО ХРЕСТИКА (ЧХ)**. Цей хрестик вказує, у якому місці робочого листа буде зроблена наступна дія. Установив показчик миші в потрібному місці документа, і виконавши команду меню, можна перемістити туди цей хрестик.

2. Курсор формул у вигляді білої **ВЕРТИКАЛЬНОЇ РИСИ (ВР)** «із слідом» з'являється при введенні формули або при виборі вже існуючої формули. «Слід» ВР вказує (уліво / управо) на область і напрямок редагування або створення формули. По умовчанню

3. у текстовій області курсор має вигляд вертикальної **ЧЕРВОНОЇ РИСИ (ЧР)**. Для створення текстової області ЧХ може бути перетворений у ЧР натисканням клавіші лапки [^]. По умовчанню текст у текстовій області поданий шрифтом **Arial**, що дозволяє коректно зобразити тільки символи в **En** (Англійської) - розкладці клавіатури. Тому, для тексту на Російській або Українській мові (Ru або Uk) необхідно в панелі інструментів у полі Шрифт вибрати русифікований аналог, наприклад **Arial Cyr**.

Щоб перетворити формулу в текст (це можна буде визначити через шрифт **Arial**), достатньо в області формули натиснути клавішу  $\langle \text{пробіл} \rangle$ . Перетворення в оберненому напрямку неможливо.

Переміщати курсор ЧХ, ВР і ЧР у поле документа можна за допомогою клавіш-стрілок (нагору, вниз, управо, уліво).

Крім курсору формул (ЧХ) і тексту (ВР) у розпорядженні знаходиться показчик мишки. З його поміччю можна позиціонувати ЧХ і ВР, змінювати взаємне розташування різноманітних областей у документі, а також виконувати команди меню.

Щоб змінити взаємне розташування різноманітних областей (тексту-коментарю, формул, графіків, таблиць) виконуйте наступні кроки:

- Встановити ЧХ на порожній ділянці документа і, утримуючи натиснуту ліву кнопку миші, створити прямокутну рамку з пунктирних ліній. Області, що потрапили в рамку виявляться виділеними (рис. 1.2);
- Встановити показчик мишки на одну з виділених областей, він прийме вигляд руки чорного кольору;



1. створюємо рамку
2. отпускаємо кнопку миші
3. курсор-ладонь, можна перемещать

Рис.1.2. Переміщення областей у Mathcad

3. Натисніть ліву кнопку миші і, не відпускаючи її, перемістите виділені області. Варто врахувати, що Mathcad зчитує та інтерпретує формули і графіки зліва на право і зверху до низу. Тому розташовувати визначення змінних та формул необхідно суворо в цій логічній послідовності.

У випадку виникнення помилки (непевності) Mathcad сповіщає про це, виділяючи її **ЧЕРВОНИМ** кольором. Якщо виконати щиголь у цьому місці, на екрані з'явиться повідомлення про помилку.

Формули можна створювати, використовуючи панель **Математика**. Проте, як записується формули, з використанням клавіатури, дивіться табл.1.1.1.

#### Прості функціональні залежності в екології

Розглянемо приклади простих функціональних залежностей, якими оперують в екології. За допомогою засобів Mathcad необхідно буде графічно порівняти траєкторії лінійної, оберненої-пропорційної, дробно-лінійної, статечної, показової та логарифмічної функції.

1. **Створення документа** починається з виконання команди **Файл->Новий** (або **<Ctrl+N>**).

2. **Введення тексту** (пояснення, коментарю). Натисканням **<>** створюємо текстову область і набираємо текст «Лабораторна робота №1». Команда **Формат->Текст** дозволяє змінювати шрифт (необхідно поміняти **Arial** → **Arial Cyr**) і його параметри. Таким же способом далі створюємо у інші текстові пояснення.

3. **Введення формул.**

#### Лінійна залежність.

В екології повна лінійна залежність між двома змінюваними величинами зустрічається рідко. В іхтіології, прикладом такої залежності, на ранній стадії розвитку риб, є їхня вага (**w**), що лінійно залежить від віку (**t**) через коефіцієнти (**a** та **b**), які характеризують вид та вагу риб на початку спостереження:

$$w(t) = a \cdot t + b$$

Створимо цю залежність у Mathcad-документі та проаналізуємо вплив коефіцієнтів **a** та **b** на характер одержуваних лінійних траєкторій. Для цього скористаємося декількома наборами функцій (**w1, w2, w3, w4, w5, w6**) та коефіцієнтів (**a1, b1; a2, b2; a3, b3; ...**).

Встановимо ЦХ там, де повинно знаходитися перше визначення перемінних і введемо наступну послідовність символів:

a1:0.11 (або a1=0.11)      поруч із ним      b1:0.18 (або b1=0.18)

Навершувати створення визначень необхідно натисканням клавіші **<->**, клавіші **<Enter>** або виконав щиголь на вільній ділянці документа.

Далі задаємо проміжок зміни **t**

$$t < \text{Ctrl} + \text{G} > : 2,2 : 0,5 : 6$$

Тепер задамо загальне визначення лінійної функції:

$$w(a, b, t < \text{Ctrl} + \text{G} >) : a * t < \text{Ctrl} + \text{G} > + b$$

Використовуючи отримане визначення функції можна розрахувати траєкторії при різноманітних коефіцієнтах (**a, b**):

(**w1, w2, w3**) - змінюється значення коефіцієнта (**a1, a2, a3**);

(**w4, w5, w6**) - змінюється значення коефіцієнта (**b2, b3, b4**).

4. **Побудова графіка.** Існує два шляхи побудови графіка:

1. скористатися відповідною кнопкою панелі інструментів **Графіки**;

2. більш швидкий - натиснути клавіші **<Shift+2>**.

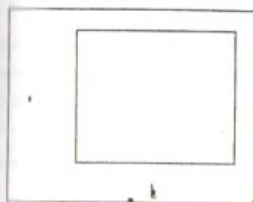


Рис.1.3. Вставка «Декартов графік» у Matcad

Після цього в документі з'являться дві вкладені рамки. Зовнішня рамка, постачена трьома маркерами зміни розмірів, є межею графічної області і служить для переміщення графіка і зміни його розмірів. Самий графік буде знаходитися усередині меншої рамки, постаченої комірками для формул. Ці комірки призначені для введення описів, що відповідають

осям (рис. 1.3). За допомогою клавіші **<Tab>** можна переходити від однієї комірки опису до іншої.

Введемо **t** у якості незалежної перемінної. Потім розмістимо курсор у комірці опису для осі ординат і задамо три функції (**w1, w2, w3**) розділивши їх, натиснувши клавішу **<,>** (кома). Далі зробимо щиголь на вільній ділянці документа. Графік готовий.

Щоб змусити Mathcad притримуватися визначених меж зміни незалежної перемінної **t** і функцій, їх необхідно задати на краях абсцис та ординат. Таким же чином будуюмо графік для залежностей (**w4, w5, w6**).

### Обернено - пропорційна залежність.

Прикладом використання обернено - пропорційних функцій в екології є залежність типу «хижак-жертва». Зокрема, такі взаємовідносини мають популяції зайців і вовків. У визначений період їхнього розвитку, кількість популяції зайців ( $Z$ ) тим менше, чим більше кількість популяції вовків ( $V$ ). Такий зв'язок, через коефіцієнт пропорційності ( $c$ ) має вид:

$$z(v) = \frac{c}{v}$$

Створимо необхідні визначення і проаналізуємо вплив коефіцієнтів ( $c1, c2, c3$ ) на вид одержуваних графіків ( $z1, z2, z3$ ).

$$v: 1, 1, 1; 4, 6$$

$$z(c, v): c/v$$

За допомогою отриманого визначення функції в залежності від коефіцієнта ( $c1, c2, c3$ ) знаходимо траєкторії ( $z1, z2, z3$ ), після цього будемо графіки (див. приклад далі).

**Дрібно - лінійна залежність, формула Михаеліса-Ментен.** В екології відомо, що між кількістю страви і швидкістю її споживання мікроорганізмами існує сильна залежність, яку виражають через дрібно-раціональну функцію. Залежність швидкості ( $M$ ) поглинання мікроорганізмами живильної речовини (субстрату) від його концентрації ( $s$ ) можна описати відомими рівнянням Михаеліса-Ментен:

$$M(s) = \frac{M_{max} \cdot s}{K_m + s}$$

де:  $M_{max}$  - максимальна швидкість поглинання субстрату;  $K_m$  - постійна Михаеліса, що дорівнює такої концентрації субстрату, при якій швидкість його поглинання досягає половини максимальної швидкості, тобто  $M(s) = 0.5 \cdot M_{max}$ .

Графіком функції є гіпербола, що називається гіперболою Михаеліса. Коли концентрація субстрату необмежено збільшується ( $s \rightarrow \infty$ ) швидкість поглинання прагне до постійної величини  $M(s) \rightarrow M_{max}$ . Така пряма, до якої зменшується відстань від точок кривої, які проєцуються в безкраїсть, називається асимптотою.

Створимо необхідні визначення і проаналізуємо вплив коефіцієнтів ( $Km1, Km2, Km3$ ) і ( $Mmax2, Mmax3, Mmax4$ ) на вид одержуваних траєкторій кривих.

$$s: 0, 0 + 0, 01; 250$$

$$M(Mmax, Km, s): Mmax \cdot s / Km + s$$

За допомогою отриманого визначення функції розрахуємо поведінку функції ( $M1, M2, M3$ ) змінюючи значення коефіцієнта ( $Km1, Km2, Km3$ ); ( $M4, M5, M6$ ) - змінюючи значення коефіцієнта ( $Mmax2, Mmax3, Mmax4$ ). Після цього побудуємо графіки (див. приклад далі).

**Статечна залежність.** Раніше було розглянуто, що іноді в іхтіології вага особи у ранньому періоді розвитку, може бути описано лінійною функцією. Для опису більш тривалих періодів розвитку особи, замість лінійної, часто застосовують статечну залежність:

$$w(\tau) = a \cdot (\tau^b + 1)$$

Створимо цю залежність і в Mathcad - документі проаналізуємо вплив коефіцієнтів ( $a$  і  $b$ ) на вид одержуваних графіків:

$$t: \langle \text{Ctrl} + G \rangle: 2, 2 + 0, 1, 6$$

$$w(a, b, t: \langle \text{Ctrl} + G \rangle): a \cdot (t: \langle \text{Ctrl} + G \rangle^b + 1)$$

Натискання клавіші  $\langle \text{пробіл} \rangle$  необхідно, щоб Mathcad міг визначити, що  $b$  повинна бути додана до значення  $t^b$ , а не до показника ступеня  $b$ .

Використовуючи створене визначення функції розрахуємо траєкторії кривих для функцій ( $w1, w2, w3$ ) змінюючи значення коефіцієнта ( $a1, a2, a3$ ); для функцій ( $w4, w5, w6$ ) - змінюючи значення коефіцієнта ( $b2, b3, b4$ ). Отримані результати відображають на графіках (див. приклад далі).

**Показова і логарифмічна залежності.** При визначенні показової залежності в якості аргументу (наприклад,  $x$ ) виступає показник ступеня:

$$y = a^x$$

Оберненою для показової функції є логарифмічна:

$$x = \log_a y$$

Графіки логарифмічної функції мають таку ж форму, як і графіки показової функції, але вони розташовані стосовно останніх симетрично щодо осі  $x$  (показові -  $y$ ).



Коли в показовій функції за підставу ступеня  $a$  прийняте ірраціональне число  $e=2,71828$ , то залежність називається експоненціальна. Диференціальна функція з основою, яка рівна числу  $e$  називається натуральним логарифмом ( $y=\ln(x)$ ). При вивченні різноманітних природних процесів, включаючи і біологічні, найбільш часто зустрічаються залежності між перемінними величинами, що описуються показовими і логарифмічними функціями з основою  $e$ . Розглянемо декілька прикладів застосування такого виду функцій.

а) Для більшості біологічних процесів, у тому числі і розмноження різноманітних популяцій, значення змінної, що характеризує чисельність популяції, не може необмежено збільшуватися. Для опису таких процесів добре пристосована показова функція з від'ємним показником. Чисельність більшості популяцій спочатку збільшується, а потім залишається постійною і не перевищує деякої величини  $N_{max}$ :

$$N = N_0 + (N_{max} - N_0) \cdot (1 - e^{-kt})$$

де  $k$  - коефіцієнт, що визначається експериментально для кожного виду популяції;  $N_0$  - початкова чисельність популяції. Пряма  $N=N_{max}$  є горизонтальною асимптотою графіка цієї функції, а величина  $N_{max}$  називається "сміність середовища".

Збудуємо цю залежність і в Mathcad-документі проаналізуємо вплив коефіцієнта ( $k$ ) на вид одержуваних графіків:

$N_0:200$

$N_{max}:1500$

$t:0,01;10$

$$N(N_0, N_{max}, k, t): N_0 + (N_{max} - N_0) \cdot (1 - e^{-k \cdot t})$$

Для побудови графіків використовують значення функцій ( $N_1, N_2, N_3$ ), що розраховані при різноманітних значеннях коефіцієнтів ( $k_1, k_2, k_3$ ).

б) Приклад, пов'язаний з дією на організм тварин шкідливих речовин (токсинів), що скорочують тривалість їх життя. Якщо дозу речовини, що діє на організм позначити через  $p$ , середню тривалість життя тварин позначити через  $T_m$  і врахуємо дію великої кількості токсичних речовин ( $p \rightarrow \infty$ ), що скорочують тривалість життя  $T$  до величини

$T(p)$ , то процес дії шкідливої речовини добре описується наступною показовою функцією:

$$T(p) = T_p + (T_m - T_p) \cdot e^{-k \cdot p}$$

в) Приклад, у якому для кращого математичного опису процесів збільшення ваги морських тварин застосовується формула Верталанфі, тобто комбінація показової і статичної функції:

$$W(t) = W_{max} \cdot [1 - e^{-\alpha(t-t_0)}]^\beta$$

де  $W_{max}$  - найбільша вага риби;  $\alpha$  та  $t_0$  - експериментально обумовлені коефіцієнти.

#### 4. Зберігання документа

- ☐ Скориставшись командою **Файл=>Сохранить** можна привласнити створеному документу ім'я (або комбінація клавіш **<Ctrl+S>**). Розширення файлу буде додано автоматично. Зберегти документ під новим ім'ям або в іншій папці (дysку) можна за допомогою команди **Файл=>Сохранить как**.

#### 5. Друк документа

- ☐ Виконання команди **Файл=>Печать** призводить до появи діалогового вікна, у якому варто підтвердити виведення документа на друк. Для друку можна скористатися кнопкою з піктограмою принтера на панелі інструментів. Для визначення необхідних для друку сторінок можна виконати команду **Файл=>Предварительный просмотр**.

#### 6. Завершення роботи

Завершують роботу з Mathcad виконанням команди **Файл=>Выход** або комбінацією клавіш **<Alt+F4>**. Якщо після редагування документ не був збережений, перед завершенням роботи на екрані з'явиться запит про те, чи варто зберегти документ.

#### Контрольні питання

1. Перерахуйте основні можливості Mathcad для виконання математичних перетворень і аналізу.
2. За допомогою якої послідовності команд виконують запуск Mathcad, створення, зберігання та друк Mathcad-документів.
3. Опишіть призначення кнопок панелі **Математика**.
4. Назвіть основні покажчики і курсори, що використовуються при роботі з документами в Mathcad. Їх призначення.

5. Яких вимог необхідно дотримуватися при розташуванні формул, графіків і тексту в Mathcad-документі. У чому відмінність області формул від текстових областей.
6. Назвіть основні типи функціональних залежностей, що використовуються для опису екологічних явищ.
7. Поясніть фізичний зміст і можливу розмірність параметрів наведеної лінійної залежності. Чому дорівнює початкова вага тварини в аналізованій лінійній моделі. Яка з поданих на графіку популяцій розвивається швидше і яким параметром моделі цей ріст регулюється.
8. На прикладі залежності «хижак-жертва» дайте характеристику обернено-пропорційним функціям. Як впливає коефіцієнт пропорційності на траєкторію кривої. Зазначте залежні і незалежні перемінні цієї функції.
9. Поясніть фізичний зміст і можливу розмірність параметрів дрібно-лінійної залежності, на прикладі формули Михаеліса-Ментен. При якій концентрації живильних речовин швидкість їх поглинання буде дорівнювати максимально можливій. Підтвердіть це розрахунком у Mathcad.
10. Покажіть на графіках асимптоти до побудованим кривим моделі Михаеліса-Ментен.
11. Поясніть фізичний зміст параметрів поданої статечної залежності. Який вплив вони чинять на її траєкторію. Покажіть розрахунком у Mathcad, значення які одержує функція при початкових і граничних умовах.
12. Прокоментуйте графіки кривих розмноження деякої популяції, що описується показовою залежністю. Який вплив надають параметри цієї моделі на хід кривих. Покажіть на графіках точки, що відповідають параметрам моделі  $N_0$  та  $N_{max}$ .
13. Поясніть фізичний зміст параметрів моделі, що описує вплив шкідливих речовин на тривалість життя організмів. Покажіть на графіку точки, що відповідають параметрам моделі  $T_m$  та  $T_r$ .
14. У чому відмінність показово-статечної моделі Бергаланфі від аналогічних їй, що були розглянуті раніше. Змініть її вид таким

чином, щоб ця модель враховувала вагу тварини на початок спостереження.

## ЗАВДАННЯ

1. На допомогу Mathcad виконайте побудову і графічний аналіз наступних простих функціональних залежностей, що використовуються для задач екологічного прогнозування.

Лінійна залежність:

$$w(\tau) = a \cdot \tau + b$$

Обернено-пропорційна залежність:

$$z(v) = \frac{c}{v}$$

Дрібно-лінійна залежність, формула Михаеліса-Ментен:

$$M(s) = \frac{M_{max} \cdot s}{K_m + s}$$

Статечна залежність:

$$w(\tau) = a \cdot (\tau^b + 1)$$

Показові залежності:

$$N = N_0 + (N_{max} - N_0) \cdot (1 - e^{-kt})$$

$$T(p) = T_p + (T_m - T_p) \cdot e^{-kp}$$

Показово-статечна залежність, модель Бергаланфі:

$$W(t) = W_{max} \cdot [1 - e^{-a(t-t_0)}]^b$$

2. Для побудови графіків, межі зміни незалежних перемінних ( $\tau$ ,  $v$ ,  $s$ ,  $t$ ,  $p$ ) підібрати самостійно.



Варіанти до завдань лабораторної роботи № 1

(підгрупа - А)

Лінійна залежність

Варіант	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
1	0,21	0,85	1,37	0,28	0,01	3,96	9,58
2	0,19	0,78	1,64	0,21	0,01	2,35	7,19
3	0,22	0,67	1,13	0,30	0,01	2,08	8,97
4	0,20	0,49	1,10	0,29	0,02	2,96	7,27
5	0,23	0,74	1,24	0,22	0,02	3,47	9,58
6	0,21	0,62	1,53	0,31	0,02	2,66	7,30
7	0,24	0,87	1,45	0,35	0,02	2,80	7,24
8	0,20	0,64	1,39	0,36	0,01	2,98	8,88
9	0,13	0,50	1,22	0,21	0,02	2,30	9,81
10	0,15	0,62	1,11	0,29	0,01	3,23	5,66
11	0,20	0,70	1,62	0,28	0,02	3,76	8,57
12	0,21	0,58	1,38	0,33	0,02	2,36	7,37
13	0,23	0,59	1,04	0,28	0,01	2,29	5,87
14	0,18	0,77	1,30	0,37	0,01	3,95	6,39
15	0,17	0,70	1,51	0,21	0,02	3,71	7,50
16	0,18	0,58	0,97	0,35	0,01	2,70	7,74
17	0,21	0,67	1,38	0,19	0,01	2,50	5,28
18	0,14	0,69	1,43	0,24	0,02	3,09	5,31
19	0,14	0,56	1,39	0,22	0,01	3,90	9,76
20	0,16	0,77	1,54	0,22	0,01	3,18	6,00

Обернено - пропорційна залежність

Варіант	$c_1$	$c_2$	$c_3$
1	7492	6916	9465
2	7412	6224	8350
3	6281	5176	8408
4	6704	6332	8934
5	5897	4971	6476
6	3853	2279	5108
7	6828	4789	7918
8	4471	2589	6071
9	4247	2900	7063
10	3689	3470	6728

Варіант	$c_1$	$c_2$	$c_3$
11	2783	2501	4256
12	5697	4213	6497
13	6338	5226	8384
14	7824	7198	10136
15	2916	900	4684
16	3682	3307	4832
17	5441	4624	5933
18	3241	1222	5784
19	2687	2349	4527
20	6561	4824	9754

Дрібно-лінійна залежність, формула Михаеліса-Ментен

Варіант	$Km_1$	$Km_2$	$Km_3$	$Mmax_1$	$Mmax_2$	$Mmax_3$	$Mmax_4$
1	40	60	80	700	900	1100	1300
2	67	107	159	812	1795	1779	1895
3	48	61	129	814	1677	2187	2043
4	74	97	131	1165	1205	1644	1837
5	69	82	132	1148	1634	1519	1540
6	42	99	82	1386	1545	1348	2210
7	43	107	155	1284	1348	1971	1693
8	78	118	120	824	1450	2041	1612
9	51	94	88	712	905	1338	1822
10	54	105	140	713	1265	1423	2598
11	48	119	107	887	1677	2058	2065
12	52	73	121	848	1337	1239	1929
13	52	91	111	702	1395	1841	2231
14	44	106	113	1030	1480	2062	2347
15	69	93	127	775	1587	1732	1451
16	60	78	114	1211	1277	1551	1512
17	71	116	110	1378	1702	1706	1699
18	45	68	160	1361	967	1176	2148
19	45	86	150	1257	1374	1218	2238
20	50	114	90	1142	1083	1304	1557

Статична залежність

Варіант	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
1	0,004	0,008	0,010	5,00	4,00	4,90	5,40
2	0,006	0,012	0,012	6,81	7,12	7,73	8,59
3	0,009	0,011	0,014	8,78	7,69	8,45	6,45
4	0,007	0,009	0,018	8,04	7,16	6,43	5,97
5	0,008	0,016	0,019	5,51	4,03	6,17	7,29
6	0,006	0,017	0,015	7,62	7,39	6,49	6,96
7	0,009	0,010	0,021	8,43	6,42	9,51	10,42
8	0,004	0,009	0,015	9,00	7,20	7,67	9,89
9	0,005	0,009	0,017	7,23	7,19	5,03	10,17
10	0,006	0,009	0,013	9,32	7,83	9,56	9,01
11	0,006	0,011	0,020	9,50	7,74	7,38	8,61
12	0,008	0,010	0,020	6,22	7,81	6,44	8,40
13	0,008	0,012	0,019	5,97	6,44	9,15	7,34
14	0,008	0,015	0,012	9,54	7,92	8,82	5,51
15	0,006	0,015	0,020	7,72	4,86	5,11	6,53
16	0,008	0,012	0,018	7,59	4,52	5,43	6,19
17	0,008	0,010	0,019	9,25	6,74	6,56	10,55
18	0,008	0,012	0,018	9,38	5,03	6,66	8,83
19	0,008	0,009	0,017	7,78	5,74	7,03	10,35
20	0,008	0,013	0,019	9,60	4,36	7,34	6,99

Показові залежності

$$N = N_0 + (N_{\max} - N_0) \cdot (1 - e^{-kt})$$

Варіант	$k_1$	$k_2$	$k_3$
1	0,45	0,39	1,48
2	0,41	0,61	1,35
3	0,24	0,68	1,01
4	0,42	0,48	1,59
5	0,23	0,51	0,95
6	0,45	0,43	1,73
7	0,45	0,57	1,02
8	0,26	0,64	1,39
9	0,45	0,54	0,99
10	0,43	0,43	0,97

Варіант	$k_1$	$k_2$	$k_3$
11	0,26	0,63	1,29
12	0,23	0,48	1,41
13	0,34	0,48	0,93
14	0,35	0,43	1,15
15	0,36	0,52	1,53
16	0,33	0,61	1,02
17	0,30	0,65	1,44
18	0,32	0,45	1,65
19	0,36	0,45	1,34
20	0,37	0,73	1,03

$$T(p) = Tp + (T_m - Tp) \cdot e^{-kp}$$

Варіант	$k_1$	$k_2$	$k_3$
1	0,18	0,33	0,68
2	0,15	0,25	0,65
3	0,22	0,21	0,37
4	0,17	0,23	0,58
5	0,18	0,34	0,42
6	0,18	0,21	0,44
7	0,17	0,37	0,54
8	0,13	0,36	0,37
9	0,15	0,37	0,60
10	0,17	0,39	0,38

Варіант	$k_1$	$k_2$	$k_3$
11	0,13	0,29	0,65
12	0,13	0,32	0,61
13	0,21	0,22	0,65
14	0,21	0,33	0,41
15	0,17	0,34	0,49
16	0,21	0,35	0,42
17	0,18	0,32	0,64
18	0,17	0,32	0,68
19	0,13	0,36	0,59
20	0,20	0,29	0,68

Показово-статична залежність, модель Бергаланфі

Варіант	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$
1	0,57	1,04	1,36
2	0,39	0,88	1,39
3	0,47	0,61	2,39
4	0,45	1,16	2,28
5	0,31	0,82	1,61
6	0,33	1,18	1,90
7	0,51	0,91	1,91
8	0,62	0,84	2,01
9	0,51	0,76	2,20
10	0,52	1,06	1,51

Варіант	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$
11	0,55	1,14	2,15
12	0,49	0,96	1,26
13	0,52	0,88	2,04
14	0,62	1,18	1,52
15	0,58	0,88	1,71
16	0,58	0,79	1,76
17	0,48	0,81	1,37
18	0,32	1,19	1,89
19	0,49	0,92	1,80
20	0,33	0,64	1,69

Варіанти до завдань лабораторної роботи № 1  
(підгрупа - Б)

Лінійна залежність

Варіант	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
21	0,23	0,88	1,51	0,29	0,01	2,72	6,92
22	0,16	0,47	1,65	0,38	0,01	3,53	9,95
23	0,14	0,64	1,67	0,22	0,01	3,36	5,12
24	0,23	0,92	1,40	0,37	0,01	3,09	5,73
25	0,20	0,63	1,19	0,25	0,01	3,79	5,18
26	0,14	0,62	0,87	0,24	0,02	2,30	6,69
27	0,19	0,75	1,63	0,36	0,02	3,58	6,21
28	0,19	0,75	0,86	0,33	0,02	3,60	8,92
29	0,22	0,65	1,00	0,37	0,01	2,18	9,45
30	0,22	0,79	1,63	0,25	0,02	2,50	7,94
31	0,19	0,86	1,66	0,24	0,02	3,95	8,61
32	0,14	0,86	1,46	0,19	0,02	3,96	7,71
33	0,19	0,56	1,42	0,24	0,02	3,07	8,64
34	0,15	0,81	1,54	0,27	0,02	3,07	5,73
35	0,16	0,70	1,49	0,34	0,02	2,77	9,36
36	0,16	0,52	1,49	0,21	0,02	3,76	8,57
37	0,22	0,59	1,69	0,37	0,02	2,83	8,04
38	0,21	0,47	1,42	0,35	0,01	2,57	8,34
39	0,18	0,58	0,96	0,25	0,01	2,61	5,17
40	0,15	0,65	1,15	0,26	0,01	2,61	5,17

Обернено-пропорційна залежність

Варіант	$c_1$	$c_2$	$c_3$
21	6498	4694	8570
22	5216	3199	6881
23	2680	2039	5703
24	7407	6282	7963
25	3041	1454	4875
26	3485	2899	4445
27	3588	2991	5253
28	6891	6342	8485
29	4156	3706	7250
30	4119	2969	4996

Варіант	$c_1$	$c_2$	$c_3$
31	7471	6728	9152
32	7300	6302	8853
33	3369	3007	5592
34	5004	3466	6585
35	6668	4651	8015
36	3535	1586	4423
37	4473	2314	6212
38	6573	6194	7382
39	5259	4883	6565
40	5652	3561	8746



Дрібно-лінійна залежність, формула Михаеліса-Ментен

Варіант	$Km_1$	$Km_2$	$Km_3$	$Mmax_1$	$Mmax_2$	$Mmax_3$	$Mmax_4$
21	64	63	104	1279	1628	1530	2468
22	63	62	150	1335	1665	2133	1799
23	77	110	96	996	1489	1456	2333
24	46	106	138	1016	1198	1630	1515
25	43	117	119	1157	1410	1986	2251
26	67	87	155	1175	1419	1456	2271
27	60	113	93	1105	1750	1675	1885
28	74	110	103	1149	1706	1674	2022
29	79	111	86	879	1638	1821	1461
30	53	65	134	998	1547	1503	2006
31	69	99	105	1184	1389	1806	2425
32	70	65	111	781	1512	1401	2367
33	57	109	115	746	1518	2113	2218
34	63	104	143	897	1083	2004	1567
35	65	98	108	1081	1276	1324	1346
36	62	103	117	1035	1387	1675	1774
37	79	71	86	1205	1081	1350	1414
38	61	68	84	750	1318	2089	1476
39	50	109	145	1051	1358	1957	1726
40	45	112	116	840	1387	1345	2243

Статична залежність

Варіант	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
21	0,005	0,016	0,015	9,91	4,57	6,24	8,84
22	0,009	0,010	0,013	9,05	5,18	5,94	5,86
23	0,006	0,009	0,016	7,80	5,88	5,50	8,87
24	0,009	0,014	0,014	7,53	4,26	8,94	5,85
25	0,006	0,011	0,017	9,80	7,04	6,68	8,43
26	0,010	0,011	0,020	6,08	4,04	7,49	10,76
27	0,005	0,012	0,014	6,97	5,32	8,41	9,36
28	0,006	0,017	0,014	7,90	6,68	9,80	10,60
29	0,005	0,014	0,019	5,10	4,04	9,31	5,50
30	0,008	0,012	0,021	7,32	6,19	8,47	9,54
31	0,007	0,018	0,013	8,67	5,05	7,02	8,86
32	0,010	0,012	0,017	6,15	7,33	8,82	9,18
33	0,007	0,009	0,021	9,99	4,53	9,14	9,75
34	0,008	0,014	0,012	7,11	5,19	7,05	6,78
35	0,009	0,011	0,013	9,98	7,24	8,92	5,78
36	0,008	0,013	0,013	6,33	7,15	6,59	6,21
37	0,007	0,016	0,016	8,35	6,33	5,40	7,47
38	0,006	0,016	0,011	5,06	4,17	6,63	8,75
39	0,006	0,016	0,012	9,78	4,74	6,64	7,67
40	0,007	0,018	0,016	7,79	6,89	6,22	10,75

Показові залежності

$$N = N0 + (Nmax - N0) \cdot (1 - e^{-k \cdot t})$$

Варіант	$k_1$	$k_2$	$k_3$
21	0,25	0,62	1,69
22	0,26	0,54	1,62
23	0,36	0,53	1,51
24	0,23	0,44	1,27
25	0,27	0,51	1,19
26	0,43	0,41	1,63
27	0,31	0,39	1,25
28	0,33	0,48	1,26
29	0,28	0,56	1,48
30	0,28	0,37	1,15

Варіант	$k_1$	$k_2$	$k_3$
31	0,39	0,47	0,99
32	0,27	0,73	0,96
33	0,40	0,74	1,59
34	0,40	0,46	1,72
35	0,28	0,58	1,31
36	0,37	0,63	1,10
37	0,36	0,46	1,44
38	0,35	0,70	1,29
39	0,32	0,52	1,34
40	0,36	0,70	1,73

$$T(p) = Tp + (Tm - Tp) \cdot e^{-k \cdot p}$$

Варіант	$k_1$	$k_2$	$k_3$
21	0,21	0,22	0,64
22	0,22	0,39	0,61
23	0,19	0,37	0,49
24	0,16	0,27	0,38
25	0,23	0,40	0,60
26	0,14	0,21	0,57
27	0,18	0,21	0,36
28	0,23	0,38	0,58
29	0,12	0,30	0,60
30	0,15	0,34	0,53

Варіант	$k_1$	$k_2$	$k_3$
31	0,13	0,39	0,60
32	0,22	0,34	0,38
33	0,18	0,35	0,41
34	0,13	0,22	0,59
35	0,22	0,21	0,36
36	0,22	0,39	0,69
37	0,23	0,23	0,37
38	0,20	0,33	0,61
39	0,20	0,39	0,44
40	0,15	0,26	0,64

Показово-статична залежність, модель Берталанфі

Варіант	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$
21	0,47	1,05	2,14
22	0,35	0,66	1,92
23	0,49	1,12	2,27
24	0,55	1,13	1,85
25	0,60	1,13	1,32
26	0,45	1,01	2,16
27	0,33	0,90	2,33
28	0,50	1,20	2,22
29	0,36	1,04	1,23
30	0,50	1,14	1,28

Варіант	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$
31	0,61	0,87	1,97
32	0,43	1,22	1,53
33	0,35	0,90	2,14
34	0,48	0,90	1,31
35	0,38	0,73	1,41
36	0,52	1,08	1,22
37	0,35	1,01	1,92
38	0,52	0,96	1,23
39	0,36	1,05	1,91
40	0,51	0,75	1,89



Приклад виконання

Лабораторна робота №1  
Тема: "Дослідження простих функціональних залежностей в екології засобами Mathcad"

1. Лінійна залежність

$\tau$  - вік тварини

$\tau := 2, 2 + .05 \dots 6$  Границі будови графіку

$w(\tau)$  - поточна вага тварини

$$w(a, b, \tau) := a \cdot \tau + b$$

Визначення лінійної залежності

Вплив параметру "a"

$a1 := 0.11$   $b1 := 0.18$

$a2 := 0.45$

$$w1(\tau) := w(a1, b1, \tau)$$

$$w2(\tau) := w(a2, b1, \tau)$$

$$w3(\tau) := w(a3, b1, \tau)$$

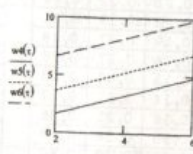
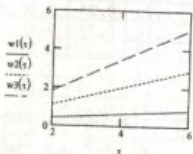
Вплив параметру "b"

$b2 := 0$   $a3 := 0.81$

$$w4(\tau) := w(a3, b2, \tau)$$

$$w5(\tau) := w(a3, b3, \tau)$$

$$w6(\tau) := w(a3, b4, \tau)$$



2. Обернено-пропорційна залежність

$v$  - популяція "хомяків"

$z(v)$  - популяція "жертя"

$v := 1, 1 + 1 \dots 46$

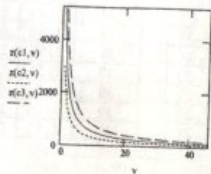
$$z(c, v) := \frac{c}{v}$$

Визначення обернено-пропорційної залежності

$c1 := 5290$

$c2 := 3000$

$c3 := 8000$



3. Дрібно-лінійна залежність,  
формула Михаеліса-Ментен

$s$  - концентрація живильних речовин

$M(s)$  - швидкість поглинання мікроорганізмами живильних речовин

$Km$  - постійна Михаеліса

$s := 0, 0 + 0.01 \dots 250$

$$M(Mmax, Km, s) := Mmax \cdot \frac{s}{Km + s}$$

$Mmax1 := 1000$

$Km1 := 50$   $Km2 := 70$   $Km3 := 90$

$Mmax2 := 900$   $Mmax3 := 1100$   $Mmax4 := 1300$

$M1(s) := M(Mmax1, Km1, s)$

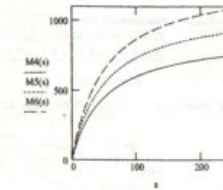
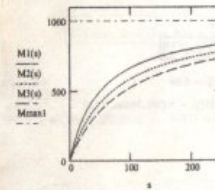
$M4(s) := M(Mmax2, Km1, s)$

$M2(s) := M(Mmax1, Km2, s)$

$M5(s) := M(Mmax3, Km1, s)$

$M3(s) := M(Mmax1, Km3, s)$

$M6(s) := M(Mmax4, Km1, s)$



4. Статична залежність

$\tau$  - вік тварини

$w(\tau)$  - поточна вага тварини

$\tau := 2, 2 + .01 \dots 6$

$$w(a, b, \tau) := a \cdot (\tau^b + 1)$$

$b1 := 5$

$a1 := 0.004$   $a2 := 0.008$   $a3 := 0.010$

$b2 := 4$   $b3 := 5$   $b4 := 5.4$

$$w1(\tau) := w(a1, b1, \tau)$$

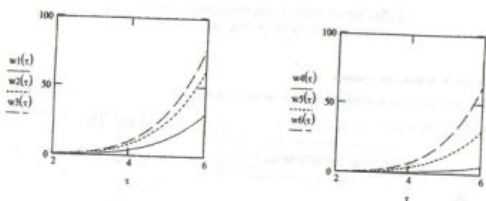
$$w4(\tau) := w(a1, b2, \tau)$$

$$w2(\tau) := w(a2, b1, \tau)$$

$$w5(\tau) := w(a1, b3, \tau)$$

$$w3(\tau) := w(a3, b1, \tau)$$

$$w6(\tau) := w(a1, b4, \tau)$$



### 5. Показові та логарифмічні залежності

$N_0 := 200$  Початкова чисельність популяції

$N_{max} := 1500$  "Ємність середовища"

$t := 0, 0 + .01 \dots 10$

$k$  - коефіцієнт розмноження популяції

$$N(N_0, N_{max}, k, t) := N_0 + (N_{max} - N_0) \cdot (1 - e^{-kt})$$

$k_1 := 0.22$

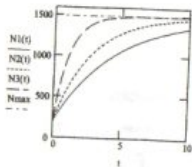
$k_2 := 0.36$

$k_3 := 0.89$

$N_1(t) := N(N_0, N_{max}, k_1, t)$

$N_2(t) := N(N_0, N_{max}, k_2, t)$

$N_3(t) := N(N_0, N_{max}, k_3, t)$



$T_m := 50$  середня тривалість життя

$T_p := 2$  гранична тривалість життя при дії великої кількості токсинів

$p := 0, 0 + .01 \dots 30$  доза шкідливої речовини, яка впливає на організм

$k$  - піддатливість організму до токсину

$$T(T_p, T_m, k, p) := T_p + (T_m - T_p) \cdot e^{-kp}$$

84

$k_1 := 0.11$

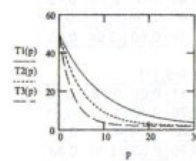
$k_2 := 0.19$

$k_3 := 0.34$

$T_1(p) := T(T_p, T_m, k_1, p)$

$T_2(p) := T(T_p, T_m, k_2, p)$

$T_3(p) := T(T_p, T_m, k_3, p)$



$W_{max} := 25$

Максимально можлива вага тварини

$\alpha := 0.02$

$t := 0, 0 + .01 \dots 10$

$$W(W_{max}, \alpha, t) := W_{max} \cdot (1 - e^{-\alpha t})^2$$

Покращена модель "вага - вік"

$\alpha_1 := 0.3$

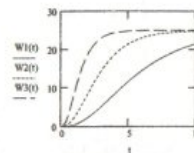
$\alpha_2 := 0.6$

$\alpha_3 := 1.2$

$W_1(t) := W(W_{max}, \alpha_1, t)$

$W_2(t) := W(W_{max}, \alpha_2, t)$

$W_3(t) := W(W_{max}, \alpha_3, t)$



85